Zadání

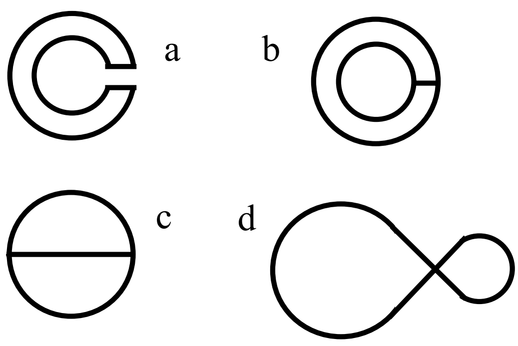
Úloha IV . 1 ... *částice v magnetickém poli*

Nabitá částice vstupuje do prostředí, ve kterém na ni působí odporová síla. Směr této síly je opačný, než směr rychlosti částice, a její velikost je rychlosti přímo úměrná. Než se částice zastaví, urazí v prostředí dráhu $l_1 = 10$cm. Je-li v prostředí navíc homogenní magnetické pole kolmé na směr rychlosti částice, pak se částice zastaví ve vzdálenosti $l_2 = 6$cm od místa, kde do prostředí vstoupila. V jaké vzdálenosti l_3 od místa vstupu do prostředí se částice zastaví, když bude magnetické pole dvakrát menší?

Úloha IV . 2 ... *jak asi táhne komín?*

Vertikální roura výšky $h = 1$m s plochou podstavy $S = 50\text{cm}^2$ je z obou stran otevřená. V dolní části roury se nachází ohřívač o výkonu $N = 100$W. Jaká bude rychlost proudění vzduchu v troubě? Lze předpokládat, že veškerý tepelný výkon ohřívače se spotřebuje na ohřátí vzduchu. Atmosférický tlak je $p_0 = 100$kPa, teplota okolního vzduchu $t = 20$°C. Molární tepelná kapacita vzduchu při konstantním objemu je $C_V = 2{,}5\,R$, kde R je plynová konstanta.

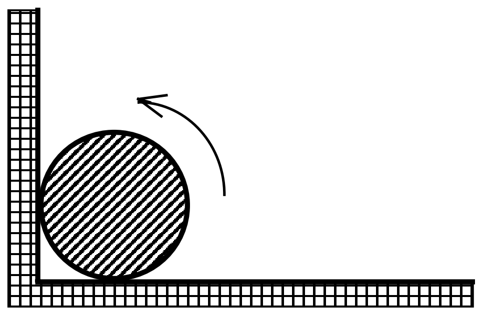
Obrázek A



Úloha IV . 3 ... *smyčky*

V magnetickém poli jsme v rovině kolmé na jeho směr umístili smyčky následujících tvarů (viz obr. 1) zhotovené z tenkého odporového drátu. Intenzita pole začne klesat konstantní rychlostí. Jaké proudy potečou v jednotlivých částech smyček?

Obrázek B



Úloha IV . 4 ... *válec kontra zeď*

Dřevěný válec o poloměru R a hmotnosti m se valil po podlaze rychlostí v do okamžiku, kdy se zarazil o zeď. O jaký úhel se ještě válec pootočí, než se úplně zastaví? Koeficient tření mezi válcem a stěnou resp. podlahou je μ.

Úloha IV . 5 ... *sférická vada čočky*

Spojná čočka má mít tu vlastnost, že svazek paprsků jdoucích z nekonečna rovnoběžně s osou, se zobrazí do jednoho ohniska. Tak je tomu však jen v ideálním případě paprsků jdoucích blízko osy. Uvažujte reálnou čočku s jedním povrchem rovinným a jedním kulovým o poloměru R, její průměr jest D. V jakém bodě se protnou paprsky dopadající rovnoběžně s osou právě ve vzdálenosti x od osy? Jak velká je oblast těchto bodů na ose? Řešte pro světlo dopadající ze zakulacené strany, případně i pro opačné nasměrování čočky.

Seriál na pokračování

Je načase, abychom se po dávce teorie věnovali praktickým výsledkům, ke kterým jste na základě předchozího výkladu měli dospět. Problém, jenž vám byl zadán, nebyl příliš komplikovaný. Šlo o složení dvou pohybů – letu skokana neboli svislého vrhu a harmonických kmitů desky můstku. Poloha skokana se mění podle vztahu

$$h_s(t) = -A + Vt - \tfrac{1}{2} g t^2$$

zatímco deska kmitající s periodou T se nachází ve výšce

$$h_d(t) = -A\cos(2\pi t/T)$$

Někdy jste řešení vztahovali k počáteční poloze skokana (tak, aby $h_s(0)=0$), to však ve výsledku nehraje roli, neboť pro nás je podstatná jejich vzájemná vzdálenost $f(t) = h_s(t) - h_d(t) = Vt - \tfrac{1}{2} g t^2 - A + A\cos(2\pi t/T)$. Úkolem bylo zjistit nejbližší bod různý od počátku, ve kterém dosáhne *f(t)* hodnoty 0.

Zadané hodnoty jsou: A = 0,3m v = 5ms^{-1} T = 0,5s g = 9,81655ms^{-2} (s přesností na 5 desetin. míst – pokud bychom vzali g = 10ms^{-2}, dostali bychom snadno přesné řešení t = 1s).

Podstatná je volba počátečních mezí intervalu (*a*,*b*), ve kterém hledáme kořen (tj. separace). Většina z vás se spokojila s odhadem "*a* dostatečně blízko 0 (třeba 0,001), *b* dost velké (např. 10)", aby opravdu platilo `fa.fb`<0). Body omezující polohu intervalu však lze odhadnout poměrně přesně – čas, ve kterých skokan (resp. jeho nohy) proletí výškou +*A* resp. –*A* (při pohybu dolů) jest $\left(v + \sqrt{v^2 - 4gA}\right)/g$ resp. $2v/g$, pro zadané hodnoty přibl. mezi 0,880 s a 1,020 s. V našem modelu jsme ale používali výše uvedeného nepřesného odhadu (neboť k tomu nepotřebujeme žádné fyzikální znalosti).

Dalším problémem se ukázala otázka "pěti platných cifer". Program v podobě, jak jsme jej uvedli v druhé sérii, používal jako kritérium přesnosti dosaženého řešení podmínku `abs(fc)<eps` (v druhé sérii omylem uvedené bez absolutní hodnoty), tj. funkční hodnota v posledním bodě výpočtu je v absolutní hodnotě menší než stanovená přesnost. Toto kritérium většina z vás ve výpočtu použila. Snadno si však představíme situaci, kdy přestože je funkční hodnota blízko 0, může být průsečík grafu funkce s osou ještě hodně daleko. Skutečným kriteriem přesnosti dosaženého řešení je velikost intervalu (a,b). To ovšem platí pouze u metody *bisekce* a *regula falsi*, kdy tento interval uzavírá hledaný kořen. U metod *sečen* a *tečen* můžeme chybu výsledku $|x_n - x_{přes}|$ odhadnout pomocí rozdílu dvou posledních výsledků $|x_n - x_{n-1}|$; v případě, že metoda rychle konverguje, se nedopustíme až takové nepřesnosti (u pomalých postupů, jakým může být *metoda regula falsi,* je toto kritérium dosti zavádějící; přitom ale nelze brát v úvahu velikost interv. (*a*,*b*), jehož jedna mez často setrvává na konstantní hodnotě – tak, jak je to v našem případě)

Objevily se i námitky proti reálnosti zadání úlohy **S . 1** – proč by se měl skokan odrážet z dolní polohy můstku, což jest pro něj ve snaze co nejvyššího skoku přeci nevýhodné. Je však jasné, že při odrazu působí na prkno značnou silou (podstatně větší, než je jeho tíha) a tedy prkno se prohne odpovídajícím způsobem (tj. dolů).

V úloze **S . 1** jste měli do popsaného algoritmu jen dosadit za **`funkce`**(t)=f(t), případně upravit výraz pro `c` podle vzorce pro metodu *regula falsi*. Většina z vás sestavila správně potřebnou funkci, někteří připojili i výpisy programů či komentáře k možným změnám v uvedeném algoritmu. Hlavním úkolem ale bylo zjistit, k jaké hodnotě a po kolika krocích uvedené dvě metody dospějí. Mnozí se neobtěžovali s výpisem jednotlivých kroků a často ani počtu opakování; spokojili se s hodnocením rychlá/pomalá konvergence. Někteří dokonce ani neuvedli výsledek, ke kterému dospěli, čímž ovšem poněkud zbytečně přišli o body.

V úloze **S . 2** se jevila situace obdobná. Ještě před konkrétními výsledky si zde uvedeme popis algoritmu, ke kterému jste měli dospět. Nejprve se jednalo o úpravu výpočtu pro metodu tečen, což znamenalo jiný vzorec pro `c`, zároveň však odpadlo testování, zda je hodnota vypočtená v bodě `c` kladná nebo záporná. Druhou úpravou bylo zavedení Aitkinova postupu, kdy po každém třetím kroku odhadneme další krok podle uvedeného vzorce (odpovídá místu, ke kterému by směřovala geometrická posloupnost započatá uvedenými třemi body). Zavedené pole `Ait[1..3]` uchovává koeficienty pro tento výpočet...

```
fa=funkce(a)
fb=funkce(b)
c=b
Dil=0

začcyklu
 c=(b*fa-a*fb)/(fa-fb)
 fc=funkce(c)
 Dil=Dil + 1                    {počet kroků modulo 3 +1}
 Ait[Dil]=c
 pokud Dil=3    potom  c =(Ait[1]*Ait[3]-Ait[2]^2)
                       /(Ait[1]+Ait[3]-2*Ait[2])
                       Dil=0
 konec

 pokud abs(c-b)<eps potom skonči konec
  a=b
  fa=fb
  b=c
  fb=fc
koncyklu
```

Jak se zdá, počet řešitelů této úlohy byl o dost menší než u **S . 1**. Důvodem může být i to, že jsme v minulé sérii neuvedli plné zadání problému, ale odkázali jsme se na díl předcházející.

Teď tedy konečně k výsledkům jednotlivých metod:

bisekce *dosti*	a = 0,001	b = 10	*u bisekce může být počáteční odhad hrubý*
	počet kroků 20	výsledek 1,018128 ± 0,000009	

regula-falsi a = 0,5 b = 5

počet kroků 59(**!**) výsledek 1,018124

Jak je vidět, v tomto případě je konvergence opravdu děsně pomalá. Pravý okraj intervalu zůstává konstantní a levý se velmi pomalu posouvá k cíli. Tedy i naše kritérium rozdílu staré a nové hodnoty je splněno ještě dost daleko od cíle – v tomto případě je třeba volit vyšší přesnost.

sečny a = 0,5 b = 5

počet kroků 18 výsledek 1,018128

Podstatně lepší výsledek než v předchozím případě, i když několikrát jsme skončili dosti vedle. Zvláště dolaďování proběhlo neobvykle rychle, ale dobře se vypořádala i s hrubým počátečním odhadem.

regula falsi s Aitkinovým procesem a = 0,5 b = 5

počet kroků 23 výsledek 1,018128

Dosáhli jsme dostatečného urychlení, avšem s rizikem, že jsme se několikrát ocitli mimo původní interval.

sečnys Aitkinovým procesem a = 0,5 b = 5

počet kroků 7 výsledek 1,018127

Zatím nejrychlejší metoda (popravdě to bylo v tomto případě spíše štěstí..)

Úloha S . 3. Vezměte poslední popisovanou metodu tečen neboli Newtonovu, která určuje následující bod podle vzorce `c=b-`**`funkce`**`(b)/`**`derivace`**`(b)` - pro ty neznalé derivování uvádíme pro náš případ **`derivace`**`(t)=-g*t+v-2πA/T*sin(2πt/T)`. Řešte touto metodou zadanou úlohu a ověřte rychlost konvergence jak pro přesný odhad počátečního intervalu (0,88 ; 1,02), tak pro hrubý odhad (0 ; 10).

Úloha S . 4. Zjistěte, jak závisí přesnost dosaženého výsledku na počtu kroků u všech popsaných metod (bisekce, regula falsi, metoda sečen a tečen), tedy ověřte, zda je zpřesňování lineární, kvadratické, či jiné. Je tato vlastnost ovlivněna volbou počátečního intervalu?

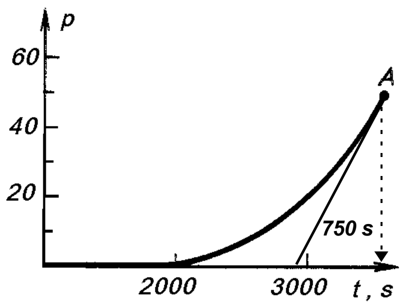
<u>Pozn.:</u> *Pokud jste neřešili některou z úloh minulých seriálů proto, že jste neznali zadání problému, můžete tak učinit ještě nyní. Totéž je možné v případě, že jste ne zcela přesně pochopili podmínky zadání. Vaši snahu zapojit se do Seriálu na pokračování náležitě ohodnotíme (i bodově).*

Řešení

Úloha II . 1 ... *přistání kosmické sondy* *(maximum počtu bodů 4; řešilo 17 studentů)*

Označme p tlak atmosféry a r hustotu atmosféry ve výšce h nad povrchem planety. Nechť dp je malá změna tlaku zapříčiněná malou změnou výšky h : $dp = -\rho g\, dh$

Obrázek C



Ze stavové rovnice je možné vyjádřit tlak atmosféry $p = \frac{\rho}{M_m} RT$ (*)

Dále víme, že $dh = -v\,dt$, kde v je ona rychlost, kterou sonda přistává. Z těchto tří vztahů už lze jednoduše vyjádřit $v = \frac{1}{p}\frac{dp}{dt}\frac{RT}{M_m g}$.

T a g známe z informací, které zjistila sonda na povrchu planety a hodnotu $\frac{1}{p}\frac{dp}{dt}$ lze vyčíst z daného grafu, neboť $\frac{dp}{dt}$ jako derivaci zaznamenané funkce je možno změřit jako směrnici tečny ke grafu a hledaná hodnota pak odpovídá délce vyznačeného úseku v grafu (viz. obr. 3).

Tedy $\frac{1}{p}\frac{dp}{dt} = \frac{1}{750}s^{-1}$ a odtud v = 17,6 m.s^{-1}.

Z rovnice (*) lze vyjádřit $T = g\left(p\frac{dt}{dp}\right)\frac{M_m v}{R}$.

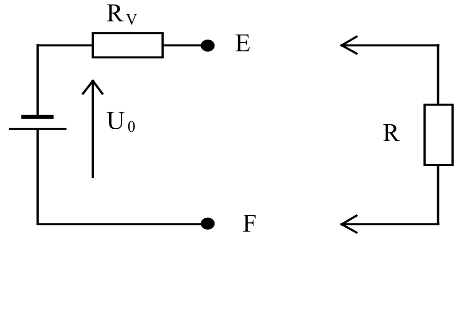
Je tedy třeba zjistit hodnotu $p\frac{dt}{dp}$ pro výšku h'=12 km. Z grafu odečteme celkovou dobu pohybu sondy t = 3580s. Sonda se pohybuje konstantní rychlostí a tedy ve výšce h' bude v čase $t' = t - \frac{h'}{v} = \left(3580 - \frac{12000}{17.6}\right)s \approx 2900\, s$. Pro tento čas z grafu odečteme

$p\frac{dt}{dp} = 583\ s$ a tedy T'= 540 K

Stanislav Hencl

Úloha II . 2 … ***schématko*** *(maximum počtu bodů 5; řešilo 16 studentů)*

Obrázek D



Vzhledem k tomu, že obvod obsahuje pouze lineární součástky je možno celé schema překreslit (viz. obr. 4). Zdroj má napětí U_0 (napětí naměřené naprázdno) a $R_V = U_0/ I_0$; I_0 je proud nakrátko – mezi body E a F . Když teď připojíme mezi E a F odpor R, bude jím protékat proud I, zjevně daný vztahem :

$$I = \frac{U_0}{R + R_V} = \frac{U_0}{R + \frac{U_0}{I_0}} = \frac{U_0 I_0}{U_0 + R I_0}\ .$$

Takto, víceméně, řešila úlohu většina z vás. Můj obdiv si zasloužila Marta Bednářová, která úlohu řešila klasicky, t.j. za použití Kirchhoffových zákonů.

Váš oddaný ***Tomáš Sýkora***

Úloha II . 3 …*nehoda ve vakuu* *(maximum počtu bodů 5, bonusu 1; řešilo 37 studentů)*

Většina řešitelů zajisté postřehla, že formulace této úlohy byla jistou nadsázkou, která měla zpestřit jinak většinou fádní zadání fyzikálních problémů. Pravda, objevily se časté námitky proti "reálnosti" takové scény ("... jak můžou vydržet teplotu přes 100°C..." a "když zvládnou to, jak se na nich podepíší ostatní účinky záření tak blízké hvězdy... " a "neexploduje náhodou lidský organismus ve vakuu?..."). Berte to jako autorskou licenci, tak často povolovanou tvůrcům sci-fi a hororů, a zaměřme se na zdůrazněný fyzikální problém: bude tlak vzduchu ve druhém skafandru po zákroku dostatečný k přežití?

Než přistoupíme k řešení, definujme si situaci: máme dva totožné skafandry (až na přívodní šňůru) s objemem vzduchu V mezi tělem a vnější vrstvou. Vzduch použitý k jejich plnění budeme považovat za ideální plyn, což, jak většina z vás věděla, znamená splnění jednoduchého vztahu mezi teplotou T (udané ovšem v kelvinech), tlakem p a objemem V – tzv. stavové rovnice – $pV=nRT$ (n je počet molů látky v uvažovaném objemu a R je tzv. univerzální plynová konstanta). Počáteční teplotu a tlak v dobrém skafandu budeme značit nečárkovanými veličinami, látkové množství n plynu se zachovává během celé operace.

Jak již bývá zvykem, i tato úloha umožňovala více interpretací. Značná část řešitelů tento problém odhalila a náležitě prodiskutovala a byla za to povětšinou odměněna přiměřeným bonusem. Mnozí z vás jste se ale nechali svést, a dospěli tak k řešení poněkud jiného problému, než bylo námi zamýšleno.
Šlo o otázku, zda potřebný přetlak Δp = 1,1atm dostačuje k trvalému vyfouknutí nějaké překážky ve spojovací hadici či je pouze nutný k dočasnému zprůchodnění jistého přiškrceného místa.

První varianta činí úlohu dosti triviální: přetlaku Δp dosáhnou kosmonauti už při teplotě 57°C a následně po uvolnění ucpaného místa dojde k vyrovnání tlaků v obou skafandrech. Nezávisle na dalším průběhu operace se tlak ve skafandrech po ochlazení na původní teplotu bude rovnat

$$p'' = \frac{nRT}{2V} = \frac{p}{2},$$ tedy 0,5 atm, což by mělo na přežití stačit.

Jsou tu ovšem dvě námitky, které vadí uvedeným úvahám na kráse. Jednak, proč žhavit kosmonauty na takové teploty, když k dosažení cíle stačí celkem "snesitelných" necelých šedesát stupňů. Druhak, po zprůchodnění trubice je přeci nejpřirozenější spustit fungující přívod jednoho skafandru a doplnit vzduch u obou na normámí tlak 1 atm. To naznačuje, že tato verze nebude ta pravá.

Ve skutečnosti má operace proběhnout jinak. Po překročení teploty 57°C začne pronikat plyn do prázdného skafandru. Jedná se sice o expanzi, ale nikoli adiabatickou, neboť se

zde nekoná žádná práce – plyn se rozpíná do vakua. Zahřívání je ale dostatečně intenzivní a proto se i plyn ve druhém skafandru rychle ohřeje na příslušnou teplotu $T' = 380\text{K}$. Zanedlouho se dosáhne rovnováhy, kdy plyn v v prvním skafandru má tlak právě o Δp vyšší než v tom druhém a v obou je příslušná teplota T'.
Podmínky této rovnováhy lze zapsat následujícími rovnicemi:

$$\frac{n'RT'}{V} = p' = p'' + \Delta p = \frac{(n-n')RT'}{V} + \Delta p \qquad \Rightarrow \qquad n' = \frac{n}{2}\left(1 + \frac{\Delta p T}{pT'}\right),$$

kde n' je množství látky, co zbylo v prvním skafandru, p' je jeho tlak při teplotě T' a p'' je odpovídající tlak v druhém skafandru.
Plyn v obou skafandrech je následně ochlazen na teplotu $T = 300\text{K}$. Tlak vzduchu v něm poklesne na konečnou hodnotu $p''' = \frac{p}{2}\left(1 + \frac{\Delta p T}{pT'}\right) = 6600\text{Pa}$. Tento tlak odpovídá zemské atmosféře ve výšce 19 km, což jest daleko nad hranicí 6-7 km se snesitelným tlakem mezi 40-50 kPa.

Vzhledem k dvojí možné interpretaci úlohy nebylo ani hodnocení jednoznačné. Značná část řešitelů se spokojila s prvním, poměrně jednoduchým řešením, za což mohla dostat nanejvýše 3 body. Je smutné, že ani tak závažná otázka, jakou je přežití kosmonautů, je nedonutila, aby zvážili oba odlišné případy. I mezi výsledky těch řešitelů, kteří se zabývali druhou verzí úlohy, se objevily rozdíly způsobené především odlišným pojetím expanze (mnozí ji považovali za adiabatickou). Jistým bonusem byli ohodnoceni ti, kteří zvážili a prodiskutovali všechny možné okolnosti této nehody. Naopak překvapivě mnoho z vás přišlo o bod za to, že nedokázali napsat konečný vztah v obecném tvaru, tj. v řeči proměnných p, T, T' a Δp, ale dosazovali průběžně mezivýsledky, což i při přesnosti vyčíslení na pět či více desetinných míst znamená zbytečnou kumulaci chyb. Z pozice opravovatelů bychom vás tedy chtěli vybídnout, abyste své výsledky uváděli v co možná nejobecnějším tvaru (bude-li to ve vašich silách).

Filip Münz

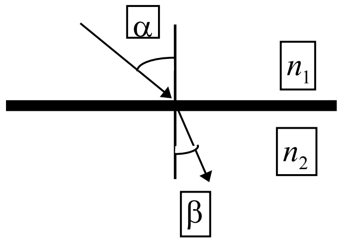
Pozn: Při srovnání obtížnosti této úlohy s ostatními jsme usoudili, že si její řešitelé zaslouží o jeden bod více, než jest napsáno v jejich řešeních. Směrodatná je tedy výsledková listina.

Úloha II.4 …*pavouk a moucha* *(maximum počtu bodů 5, bonusu 2; řešilo 24 studentů)*

Tato úloha byla jednoduchá, ale přesto nemnoho z Vás ji vyřešilo důsledně a precizně. Vzhledem k tomu, že v zadání bylo dáno, že velikost pavouka i velikost mouchy jsou zanedbatelné oproti poloměru koule, bral jsem za řešení postačující k získaní 5 bodů úvahu o viditelnosti mouchy přes kouli. K jejímu provedení stačilo vyšetřit chování mezního paprsku, který je pavouk ještě schopen zachytit. Ten odpovídá takovému paprsku, který (dle Snelliova zákona lomu) ještě může vystoupit z prostředí opticky hustšího, v našem případě skla, do prostředí opticky řidšího, to jest vzduchu. Snelliův zákon má tvar:

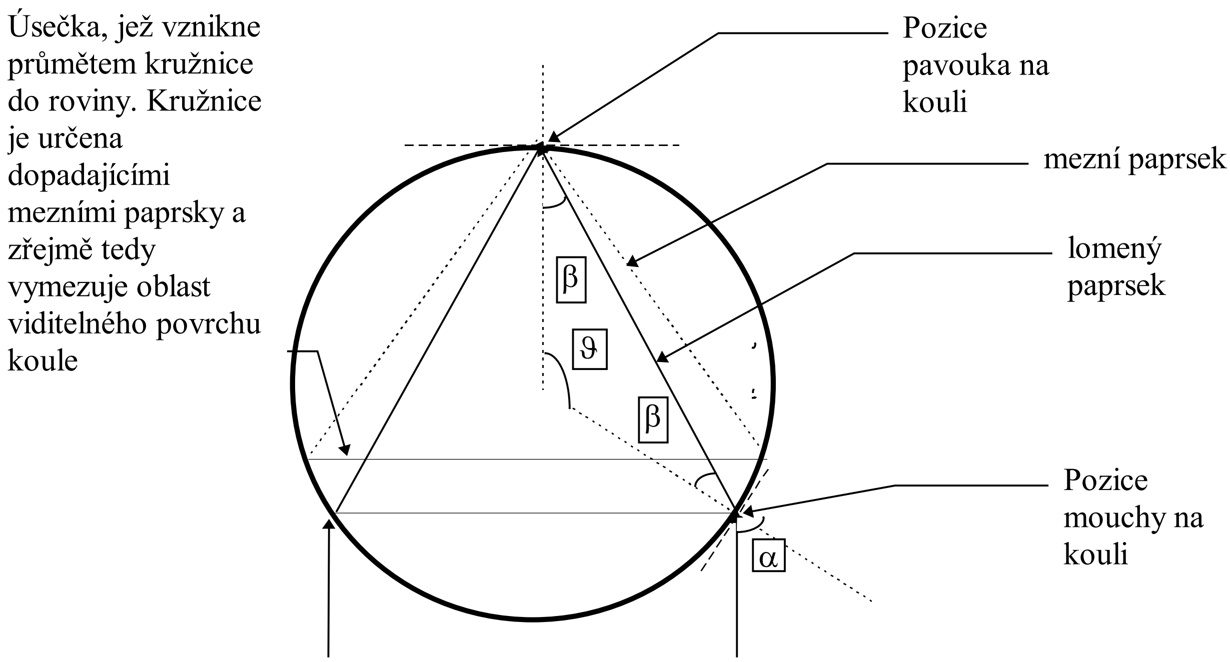
$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} \equiv \frac{n_2}{n_1} \qquad (1) \qquad \text{viz. obr.5}$$

Obrázek E



Vzhledem k tomu, že index lomu vzduchu je s naší přesností roven jedné a index lomu skla byl dán hodnotou $n \approx 1{,}43$ je tím dána úloha fyzikálně jednoznačně a zbytek je geometrie.
Teď tedy k té geometrii. Jelikož jsme zanedbali rozměry pavouka a mouchy, redukovali jsme je vlastně na body na kouli a právě tyto dva body a střed koule nám určují rovinu, ve které budeme pracovat. Vše je vidět na následujícím obrázku:

Obrázek F



Nyní je již zřejmé, že pro mezní hodnotu úhlu β můžeme ze zákona (1) psát

$$\beta \equiv \arcsin\frac{1}{n} \qquad (2)$$

a pro úhel ϑ vytínající příslušný oblouk kružnice v rovině řezu:

$$\vartheta \equiv \pi - 2.\arcsin\frac{1}{n} \qquad (3)$$

vzdálenost moucha - pavouk na sféře musí být tedy větší nežli $d \equiv r.\vartheta$, aby byla moucha pro pavouka viditelná. Pro naši hodnotu indexu lomu skla snadno dopočteme, že $\beta \approx \pi/4$ a pro nás z toho plyne, že moucha je pro pavouka viditelná zhruba na odvrácené polokouli.

Tím máme tedy hotovo standartní řešení. Zajímavější je ovšem uvažovat, že moucha i pavouk mají nějaké výšky h_1, h_2 a pro ně najít řešení této úlohy jakožto pro dva parametry. Nebudu je zde ale uvádět. Někteří z Vás je našli a těm jsem je opravil a má-li někdo jiný zájem, může vypracovat řešení a poslat mi je k opravě spolu s další sérií.

Petr Žemla

Úloha II . 5 … *problém liftboye* *(maximum počtu bodů 4; řešilo 40 studentů)*

Kupodivu největší problém vám činilo rozmyslet si, co vlastně máte počítat. Pracovní doba odměřená hodinami znamená, jak dlouho podle údaje na ciferníku kyvadlových hodin bude liftboy pracovat. Ukáží-li tedy hodiny konec pracovní doby dříve (jdou rychleji), má ji kratší.
To, že jdou hodiny rychleji zase znamená, že počet tiků (kmitů kyvadla) za jednotku času je větší, než v klidu. Počítat v tomto případě s relativistickými efekty je značně nemístné. Ať už se speciálními (při zrychlení se nejedná o inerciální soustavu) či s obecnými (ano, OTR lze použít na neinerciální soustavy, ale používá se až při extrémních hodnotách gravitačního pole či zrychlení – což vskutku není případ reálného výtahu). Pokud bylo napsáno v úvodu k celému semináři, že úlohy jsou řešitelné středoškolskými znalostmi fyziky, byla to pravda (a nesmějte se tolik!). Takže je sice hezké, že se někteří z vás nebojí na(o)psat vzorec z OTR, ale nejdřív by ten příklad mohli spočítat tak, jak měl být – když už ne vědět pořádně co vlastně píší znamená.

Chod hodin je určen periodou kyvadla. Můžeme ho pokládat za fyzické ($T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{m.g.r}}$) nebo za matematické ($T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$). Důležitá je závislost na zrychlení – ostatní faktory se v tomto případě nemění. Zanedbání provedené při odvození tohoto vzorce (malé kmity) je také oprávněné. Nejde nám o číselný výsledek, ale o kvalitativní odhad. A člen reprezentovaný uvedeným vzorcem je určující. Zrychlení se mění dvěma způsoby. Působením setrvačné síly při rozjezdu či brzdění výtahu (v dolní části pohybu vždy $g + a$ a v horní naopak $g - a$). A jak někteří správně podotkli také změnou výšky nad Zemí. V tomto případě lze také uvažovat vliv vzdálenosti od Země na tíhové zrychlení celé, nejen na gravitační část. Můžeme však tuto nepatrnou změnu zanedbat (stěžovala by zbytečně výpočet), případně diskutovat její vliv (viz níže).

Pro počet kmitů kyvadla za stejnou dobu v klidu a při cestě výtahem tedy platí:

$$n_0 = (t_1 + t_2 + t_3)\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$n = t_1\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g+a}{l}} + t_2\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}} + t_3\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g-a}{l}}$$

Kde jsme pro jednoduchost použili vzorec pro periodu matematického kyvadla – dejme tomu, že v případě fyzikálního jsou všechny neměnné faktory (délka kyvadla, moment setrvačnosti, hmotnost) zahrnuty do zde uvedené délky kyvadla l. Časy t_1 a t_3 jsou ze zadání stejné, část rovnoměrného pohybu (t_2) přispívá k oběma údajům stejně –

nemusíme ji tedy uvažovat. Celý problém se redukuje na určení správného znaménka nerovnosti:

$n_0 \neq n$

$2\sqrt{g} \neq \sqrt{g+a} + \sqrt{g-a}$

což lze dělat například pomocí Taylorova rozvoje (pokud to umíme) nebo prostými ekvivalentními úpravami. Pouze při umocňování je třeba si dát pozor na nezápornost obou stran. Nakonec dojdeme k výsledku:

$0 \neq -a^2 \Rightarrow 0 > -a^2 \Rightarrow n_0 > n$

Vidíme, že za stejnou dobu ukáží hodiny ve výtahu menší čas – pracovní dobu bude mít liftboy delší.

Vrátíme se ke změně tíhového zrychlení – se stoupající výškou klesá, perioda kmitů tedy roste a jejich počet ubývá – byly-li hodiny seřízeny na úroveň přízemí, ve vyšších polohách jdou pomaleji a pracovní doba bude tedy ještě o něco delší.

Některým vyšel správný výsledek i při pouhém porovnání klidové periody a průměrné periody za dobu pohybu výtahu, ale za to vděčí jen konkrétnímu tvaru závislosti. Obecně totiž neplatí matematická ekvivalence

$$a + b > c \Leftrightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} < \frac{1}{c}$$

To jen na vysvětlenou, proč jsem jim nedal víc jak 50% bodů, fakt si totiž myslím, že tenhle příklad byl dost jednoduchý a vyžadoval spíše zdravý rozum než nějaké pokročilé znalosti.

Petr Macháček

Pořadí řešitelů po druhém kole

	Jméno	Příjmení	Třída	Škola	Hand.	1	2	3	4	5	S1	ΣII	BB	PB
0	Student	Pilný	∞.☺	MFF UK Praha	100%	4	5	5	5	4	5	**28**	51	**51**
1	Rudolf	Sýkora	3.A	G Hejčín	84%	4	5	3	6	4	5	**27**	51	**43**
2	Jindřich	Kolorenč	4.G	G Nová Paka	69%	4	5	5	7	2	3	**26**	55	**38**
3	Matouš	Jirák	3.A	G Říčany	89%	4	5	4	6	2	-	**21**	39	**35**
4	Jiří	Franta	3.A	G Příbram	89%	-	5	3	5	4	4	**21**	38	**34**
5	Michal	Fabinger	4.E	G Nad Alejí Praha	69%	4	5	6	5	2	4	**26**	48	**33**
6	David	Nečas	4.A	G tř. kpt. Jaroše Brno	77%	4	5	4	5	3	3	**24**	37	**29**
7	Peter	Macák	4.A	G Jur. Hronca Bratislava	75%	4	5	3	5	4	-	**21**	38	**28**
8 - 9	Pavel	Bubák	3.A	G tř. kpt. Jaroše Brno	87%	4	1	3	-	2	5	**15**	31	**27**
8 - 9	Vlastimil	Křápek	2.C	G Křenová Brno	99%	0	5	4	-	4	-	**13**	27	**27**
10 - 11	Marta	Bednářová	4.A	G tř. kpt. Jaroše Brno	75%	-	5	5	5	4	-	**19**	34	**25**
10 - 11	Martin	Hadrávek	3.A	G České Budějovice	89%	0	-	3	4	3	3	**13**	28	**25**
12	Přemysl	Kolorenč	kvinta	G Nová Paka	99%	-	-	5	-	2	4	**11**	24	**24**
13	Zdeňka	Broklová	kvinta	G Polička	108%	-	-	3	-	4	3	**10**	20	**22**
14	Martin	Krsek	4.A	G J.K.Tyla Hradec Králové	77%	-	-	2	6	1	1	**10**	27	**21**
15 - 16	Jan	Foretník	3.A	G tř. kpt. Jaroše Brno	89%	-	-	3	6	-	-	**9**	22	**20**
15 - 16	Martin	Hála	kvinta	G Rumburk	99%	-	-	2	5	2	1	**10**	20	**20**
17	Jan	Rychtář	4.C	G Strahonice	79%	-	2	3	5	1	-	**11**	24	**19**
18 - 20	David	Stanovský	4.D	G Pardubice	76%	-	-	2	5	1	4	**12**	24	**18**
18 - 20	Robert	Šámal	4.D	G Zborovská Praha	76%	5	5	4	-	4	-	**18**	24	**18**
18 - 20	Michal	Bursa	3.B	G Jana Keplera Praha	89%	2	2	2	5	2	-	**13**	20	**18**

21 - 25	Jiří	Walek	4.B	G soukromé Havířov	79%	2	-	2	5	3	1	**13**	22	**17**
21 - 25	Lubomír	Zrnečko	4.?	G Rumburk	79%	-	-	2	-	1	4	**7**	21	**17**
21 - 25	Petr	Vejchoda	3.A	G Brno	89%	2	-	5	1	3	-	**11**	19	**17**
21 - 25	Michal	Vopálenský	3.D	G Jihlava	89%	-	-	2	5	1	-	**8**	19	**17**
21 - 25	Josef	Šeda	2.C	G Křenová Brno	99%	-	-	-	-	-	-	**0**	17	**17**
26	Veronika	Štulíková	3.B	G Beroun	89%	1	0	3	-	0	-	**4**	18	**16**
27 - 28	Martin	Vohralík	4.D	G Pardubice	79%	-	-	3	5	4	-	**12**	19	**15**
27 - 28	Marie	Mášková	septima	G PORG Praha - Libeň	89%	-	-	2	-	-	-	**2**	17	**15**
29	Tomáš	Kolský	?.?	G Zborovská Praha	119%	-	-	-	-	4	-	**4**	12	**14**
30 - 33	Martin	Čada	4.B	G Jeseník	79%	2	-	3	0	1	-	**6**	16	**13**
30 - 33	Gabriela	Randáková	4.A	G Brandýs nad Labem	79%	-	-	2	-	4	-	**6**	16	**13**
30 - 33	Jaroslav	Brzák	3.?	G Nový Bydžov	90%	-	-	2	4	4	-	**10**	14	**13**
	Jméno	**Příjmení**	**Třída**	**Škola**	**Hand.**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**S1**	**II.s.**	BB	**PB**
30 - 33	Robert	Špalek	3.A	G Brno	89%	-	2	2	1	2	-	**7**	14	**13**
34 - 35	Pavel	Kraus	kvinta	G Masarykovo Plzeň	99%	-	-	3	-	2	-	**5**	12	**12**
34 - 35	Karel	Kolář	kvarta	G Sušice	120%	-	-	-	-	4	-	**4**	10	**12**
36 - 38	Anna	Jančaříková	3.C	G Zborovská Praha	87%	-	-	-	-	2	-	**2**	13	**11**
36 - 38	Jakub	Machek	3.A	G Žďár nad Sázavou	89%	-	-	-	-	-	-	**0**	12	**11**
36 - 38	Jiří	Sulovský	3.D	G F.X.Šaldy Liberec	89%	-	-	-	-	-	-	**0**	12	**11**
39 - 40	Martin	Navrátil	4.A	G Karlovy Vary	78%	-	-	-	-	-	1	**1**	11	**9**
39 - 40	Jiří	Smola	Q	G J. Vrchlického Klatovy	110%	-	-	2	-	0	-	**2**	8	**9**
41 - 42	Jana	Koláčková	oktáva	PORG Praha 8 - Libeň	78%	-	-	-	-	-	-	**0**	10	**8**
41 - 42	Pavel	Klang	3.A	G tř. kpt. Jaroše Brno	89%	-	-	3	2	4	-	**9**	9	**8**
43 - 49	Petr	Doubek	4.D	G Pardubice	78%	-	-	-	-	-	-	**0**	9	**7**
43 - 49	Jan	Horáček	4.A	G Valašské Meziříčí	78%	-	-	-	-	-	-	**0**	9	**7**
43 - 49	Blanka	Janoušová	4.A	G Na Vítězné pláni Praha 4	78%	-	-	-	-	0	-	**0**	9	**7**
43 - 49	Josef	Janovec	4.B	SPSt Pelcla Rychnov / Kn.	79%	-	-	-	-	-	-	**0**	9	**7**
43 - 49	Miroslav	Jílek	3.A	G Polička	88%	-	-	-	-	-	-	**0**	8	**7**
43 - 49	Kamil	Řezáč	kvinta	G J. Vrchlického Klatovy	110%	-	-	3	-	0	-	**3**	6	**7**
43 - 49	Viktorie	Šlísová	kvinta	G Rumburk	110%	-	-	-	-	-	-	**0**	6	**7**
50 - 55	Zdeněk	Hrnčíř	4.A	G Brandýs nad Labem	80%	-	0	2	1	2	-	**5**	8	**6**
50 - 55	Karel	Švadlenka	4.A	G České Budějovice	79%	-	-	-	-	-	-	**0**	8	**6**
50 - 55	Zdeněk	Žabokrtský	4.C	G Pelcla Rychnov n. Kn.	79%	-	-	-	-	-	-	**0**	8	**6**
50 - 55	Kristýna	Kupková	4.C	G Nad alejí Praha 6	79%	-	-	-	-	0	-	**0**	7	**6**
50 - 55	Radek	Podhajský	3.A	G Mariánské Lázně	89%	-	-	-	-	-	-	**0**	7	**6**
50 - 55	Tomáš	Vojta	4.?	G	79%	-	-	-	-	-	-	**0**	7	**6**
56 - 59	Matěj	Liszka	4.A	G Frýdecká Český Těšín	78%	-	-	-	-	-	-	**0**	7	**5**
56 - 59	David	Bača	3.A	G Frýdlant n. O.	90%	-	-	-	-	-	-	**0**	6	**5**
56 - 59	Tomáš	Belza	3.D	0 F.X.Šaldy Liberec	90%	-	-	-	-	-	-	**0**	6	**5**
56 - 59	Kateřina	Nohavová	2.C	G Jana Keplera Praha	100%	-	-	-	-	-	-	**0**	5	**5**
60 - 63	Tomáš	Bílek	kvinta	G J. Vrchlického Klatovy	100%	0	-	2	-	0	-	**2**	4	**4**
60 - 63	Karel	Borovička	3.D	G F.X.Šaldy Liberec	90%	-	-	-	-	-	-	**0**	4	**4**
60 - 63	Martin	Čížek	3.?	SUSt Sezimovo ústí	90%	-	-	-	-	-	-	**0**	4	**4**
60 - 63	Josef	Marcel	Q	G J. Vrchlického Klatovy	100%	0	-	2	-	0	-	**2**	4	**4**
64 - 68	Kristina	Bartková	4.C	GKomenského Uh. Brod	79%	-	-	-	-	-	-	**0**	4	**3**
64 - 68	Matouš	Borák	4.C	G Čs. Exilu Ostrava	80%	-	-	-	-	-	-	**0**	4	**3**
64 - 68	Tomáš	Černoch	4.C	G Nad štolou Praha	78%	-	-	-	-	-	-	**0**	4	**3**
64 - 68	Petr	Hladík	2.A	SPSa Mělník	100%	-	-	-	-	-	-	**0**	3	**3**
64 - 68	Miloš	Roškot	2.C	G BN Benešov	100%	-	-	-	-	-	-	**0**	3	**3**
69	Monika	Šťástková	4.A	G Praha	80%	-	-	-	-	-	-	**0**	2	**2**

70 - 71	Pavel	Kristen	kvarta	G Týn n. Vltavou	110%	-	-	-	-	-	-	**0**	1	**1**

Termín odeslání: 20. března 1995

Adresa: Fyzikální koresp. seminář, KTF MFF UK, V Holešovičkách 2, 180 00 Praha