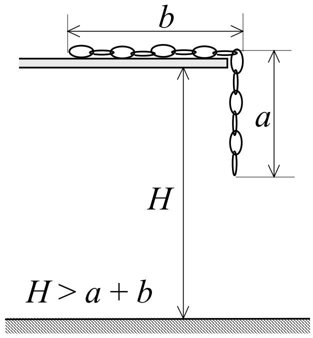
Zadání 5. série

Termín odeslání: 15. dubna

Úloha V. 1 ... *řetízek babičky Julie*

Na stole leží stříbrný řetízek po babičce Julii. Část, která je dlouhá $\boldsymbol{a}$, visí přes hranu stolu, zbytek délky $\boldsymbol{b}$ ještě leží na stole, jak je vidět na obr. 1. Deska stolu je ve výšce $\boldsymbol{H}$ nad podlahou, vše se nachází v klidu. V čase $t = 0$ řetízek uvolníme a ten začne klouzat dolů ze stolu. Za jak dlouho spadne celý řetízek na zem (měřeno od chvíle, kdy se přestane dotýkat stolu)?

Obr. A



Úloha V. 2 ... *sportující elektrony*

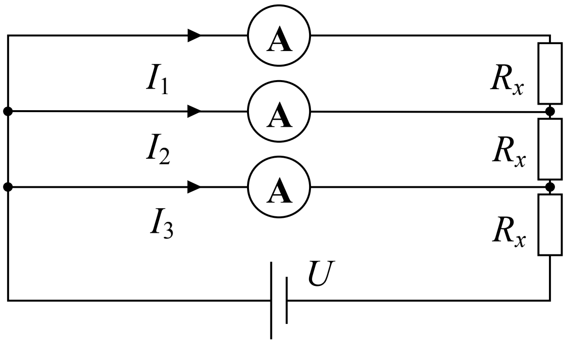
Ampérmetry na obr. 2 jsou všechny shodné. Odpory $\boldsymbol{R_x}$ se také neliší svými hodnotami. Vrchní ampérmetr ukazuje hodnotu proudu $\boldsymbol{I_1} = 1$ mA, střední proud $\boldsymbol{I_2} = 4$ mA. Na spodní ampérmetr nevidíme, neboť je umístěn v ideální tmě. Baterie je plochá, tedy má napětí $\boldsymbol{U} = 4{,}5$ V.

Jaký proud $\boldsymbol{I_3}$ teče spodním ampérmetrem a jaká je hodnota odporu $\boldsymbol{R_x}$?

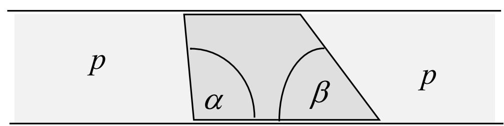
Úloha V. 3 ... *ucpaná roura*

V trubce čtvercového průřezu $\boldsymbol{S}$ (viz obr. 3) je umístěn hranol se stěnami skloněnými o úhly α, β. Na obou stranách hranolu je plyn o tlaku $\boldsymbol{p}$. Kterým směrem a s jakým zrychlením se začne hranol pohybovat, jestliže byl původně v klidu?

Obr. B



Obr. C



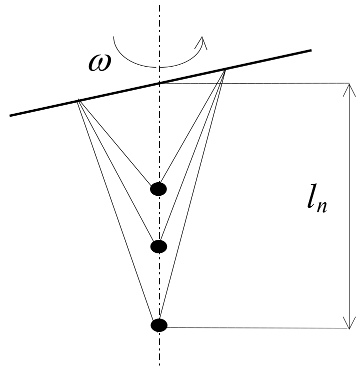
Úloha V. 4 ... *baron Prášil*

Na ledovou plochu rybníka o teplotě 0 °C dopadne rozehřátá dělová koule o poloměru $\boldsymbol{R}$, měrné tepelné kapacitě $\boldsymbol{c_k}$ a teplotě 100 °C. Jak hluboko se koule ponoří do ledu, jestliže měrná tepelná kapacita ledu je $\boldsymbol{c_l}$? Předpokládáme, že se veškeré teplo využije na tavení ledu.

Úloha V. 5 ***... rotující kyvadýlka***

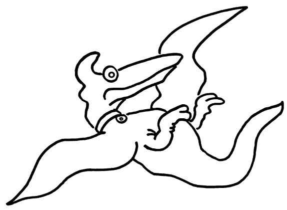
Představte si, že máte na tyčce připevněno pomocí dvou závěsů několik kuliček tak, že se mohou pohybovat po kružnici o poloměru $\boldsymbol{l_n}$ (ve svislé rovině), kde $\boldsymbol{n}$ je pořadové číslo kuličky. Potom celou soustavu roztočíme podél svislé osy úhlovou rychlostí $\boldsymbol{\omega}$ a nepatrně do kuliček šťouchneme (aby nebyly přímo na ose rotace). Co se děje s jednotlivými kuličkami a jak bude vypadat pohled z boku na tuto rotující soustavu?

Obr. D



Úloha V. 6 ***... experimentální úloha z mechu a kapradí***

Křemílek a Vochomůrka mají problém. Uprostřed zimního spánku je probudil kapající vodovod, nenechal je usnout a nutil je přemýšlet na téma „kapající vodovody v současném světě“. Byl tak dotěrný, že pokud neumřeli, přemýšlejí dodnes. Zkuste doma objevit nějaký kapající vodovod, zamyslete se a poté změřte, jaké povrchové napětí vykazuje voda kapající z kohoutku.



Soutěž o Logo FKS

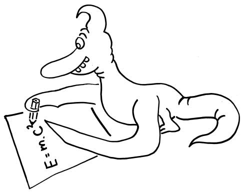
Touto sérií uzavíráme soutěž o logo našeho semináře, vyhlášenou v druhé sérii. Spolu s výsledky soutěže dostanete také bodové ohodnocení vašich prací, příslušný sloupeček bodů snadno naleznete v pořadí po třetí sérii. Abychom byli v hodnocení pokud možno objektivní, bodovalo vaše návrhy asi deset organizátorů a výsledné počty bodů jsou pak pouhým aritmetickým průměrem.

Mnohé z vašich návrhů byly velice inspirující, bohužel grafické zpracování nebylo vždy vyhovující (mám tím na mysli, že obrázky byly příliš kontrastní, obsahovali mnoho podrobností apod.). Těžko se mi vybírají ty nejzajímavější obrázky, poštovní obálku FKS padající do černé díry či mráčka Fyzíka jste měli možnost vidět v minulé sérii. Z nově došlých návrhů se asi nejvíce líbila vzducholoď FKS ubírající se ve fyzikální dálavy Vaška Dalibora. Nyní však již k definitivním výsledkům soutěže.

Vítězi se stávají dva řešitelé; **Svatava Vyvialová** svým návrhem nejlépe splnila naše představy o tom, jak by *oficiální znak* měl vypadat, od této chvíle bude FKS provázet písmeno *S* důvěrně objímající písmena *F* a *K*, a aby si nás nikdo nepletl s Bratislavským seminářem, je vše korunováno *UK* . **Matouš Jirák** si získal srdce organizátorů bezelstným, možná až trochu naivním pohledem svého miláčka pterodaktyla, jenž se od této chvíle stává *maskotem FKS*. Počínaje touto sérií nás bude Matoušův pterodaktyl provázet uváděje jednotlivé části série. Vítězné návrhy si můžete prohlédnout na úvodní straně této série

Všem účastníkům soutěže moc děkujeme, snad jste se při kreslení obrázků bavili tak, jako my při jejich prohlížení.

Halef



Řešení 3. série

Úloha III . 1 ... *vyhlodaný hranol* *(maximum 5 bodů, řešilo 119 studentů)*

Čím začít? Snad tím, že asi čtvrtina lidí nepochopila problém a řešila, kdy se malý kvádr μ uvede do pohybu tím, že do něj narazí kvádr *m*. Jenže o to vůbec nešlo, proč by tam jinak byla podmínka o pohybu hranolu *M* bez tření? Drtivá většina to počítala pomocí sil.

První krok: m klouže dolů a působí na hranol M ve vodorovném směru silou F:

$$F = mg\sin\alpha\cos\alpha\ . \qquad (1)$$

Tato síla působí na M a μ, takže jejich zrychlení je

$$a_1 = \frac{F}{M+\mu}, \qquad (2)$$

a pokud průmět tohoto zrcadlení do roviny pohybu μ je větší než průmět tíhy μ tamtéž, čili

$$F_s = \mu(a_1\cos\alpha - g\sin\alpha) > 0\,; \qquad (3)$$

potom μ stoupá. Sloučením vzorců (1),(2),(3) dostaneme podmínku

$$m\cos^2\alpha > M+\mu, \qquad (4)$$

*která je **ŠPATNĚ**.*

Síla *F* totiž působí nejen na *M* a *μ*, ale je třeba vzít do úvahy i hmotu *m* a to s faktorem $\sin^2\alpha$. Proč? Tíhu *mg* rozložíme do směru kolmého k podložce, tato složka je vykompenzována, a do směru rovnoběžného s rovinou: $F_0 = mg\sin\alpha$. Tuto sílu rozložíme opět do dvou směrů: vodorovného a svislého, tím dostaneme sílu (1).

Vodorovná část síly urychluje hranol *M*, zatímco svislá část má stejný účinek, jako by na hranolu *M* leželo přidané závaží o tíze $m\sin^2\alpha$.

Tedy

$$a = \frac{F}{M+\mu+m\sin^2\alpha}\ ,$$

$$F_s = \mu(mg\sin^2\alpha\cos^2\alpha - (M+\mu+m\sin^2\alpha)g\sin\alpha) > 0\,;$$

$$m\cos 2\alpha > M+\mu,$$

kde $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$.

Aby pravá strana mohla být větší než strana levá, musí být větší než 0, proto

$$\cos 2\alpha > 0 \quad\Rightarrow\quad \alpha < 45^\circ,$$

pro nezáporné hodnoty hmotností.

Jan Mocek

Úloha III . 2 ... *dálkový průzkum* *(maximum 6 bodů, řešilo 74 studentů)*

Chtěl bych se omluvit za poněkud chybné číselné údaje v zadání. Správně mělo být t_1 = 1070,156 24 s, t_2 = 1070,172 52 s, f_1 = 99,977 398 94 MHz, f_2 = 99,977402 95 MHz.

Nyní již k samotnému řešení. Abychom si nekomplikovali život, předpokládejme, že se Merkur pohybuje rychlostí daleko menší než je rychlost světla, a proto se jeho poloha během měření příliš nemění. Radiový signál se odráží pouze od přivrácené polokoule, časová prodleva mezi začátkem a koncem ozvěny bude tedy $r/2c$, takže

$$r = \frac{c}{2}(t_2 - t_1)\,.$$

Vzdálenost středu Merkuru vypočteme jednoduše ze vztahu

$$x = \frac{c}{2} t_2 ,$$

protože za čas t_2, urazí paprsek dráhu dvakrát.

Signály o frekvencích f_1 a f_2 jsou odrazy od dvou protilehlých bodů na rovníku Merkuru, přesně na okraji pozorovatelné polokoule. Z bodu **A**, který se vlivem rotace vzdaluje ještě více než střed, pochází signál f_1, od bodu **B**, který se vzdaluje nejpomaleji, se odráží f_2. K Dopplerovu jevu dojde vždy dvakrát:

a) ve vztahu vysílač-Merkur. Pozorovatel stojící v bodě **A** na Merkuru by registroval frekvenci

$$f_1' = \frac{c - v - \omega r}{c} \cdot f_0 ,$$

b) ve vztahu Merkur-přijímač. V soustavě spojené s bodem **A** má odražený signál frekvenci f_1', v soustavě spojené s observatoří je to však

$$f_1 = \frac{c}{c + v + \omega r} \cdot f_1' .$$

Celkem tedy dostáváme

$$f_1 = \frac{c - v - \omega r}{c + v + \omega r} \cdot f_0 , \qquad f_2 = \frac{c - v + \omega r}{c + v - \omega r} \cdot f_0 .$$

Protože je v A c a ωr A c, můžeme po zanedbání přibližně psát

$$\frac{f_1}{f_0} = 1 - \frac{v}{c} - \frac{2\omega r}{c} , \qquad \frac{f_2}{f_0} = 1 - \frac{v}{c} + \frac{2\omega r}{c} .$$

Kombinacemi těchto rovnic dojdeme ke vztahům

$$v = \frac{c}{2}\left(1 - \frac{f_1 + f_2}{2 f_0}\right) \qquad \omega = \frac{f_2 - f_1}{2 f_0} \cdot \frac{1}{t_2 - t_1} \qquad T = \frac{4\pi f_0}{f_2 - f_1} \cdot (t_2 - t_1)$$

Číselně (použijeme-li správné zadání):

$r = 2440$ km, $x = 1{,}604.10^{11}$ m = 1,0723 AU,

$v = 33{,}875$ km.s^{-1}, ω = $1{,}23.10^{-6}$ s^{-1}, $T = 5{,}1.10^{6}$ s = 59 dní.

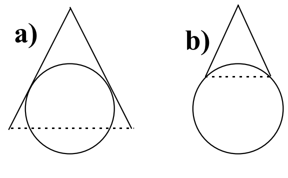
Doba rotace Merkuru tedy není 88 dní, jak se astronomové dříve domnívali, ale 59 dní. Nejpřijatelnější hypotéza vázané rotace tedy padla. Po zveřejnění radarových měření dokázal italský fyzik Giusseppe Colombo, že se u planety s hodně výstřednou drahou může poměr oběžné doby a rotace ustálit na hodnotě 2:3. Tím byla vyřešena otázka pohybu této neobvyklé planety.

Michal Fabinger

Úloha III . 3 ... *Pinocchiova čepička* *(maximum 4 body, řešilo 161 studentů)*

Na úvod si objasníme několik faktů a zavedeme společné značení. Výrok „dokonale hladká“ v tomto případě znamená, že tření mezi čepičkou a hlavou je nulové, nebo se alespoň k nule blíží, proto v dalších výpočtech nebudeme tření uvažovat. Dále je chybný názor, že čepice je kužel („je tvaru kužele“ neříká, že jde o kužel); jde o plášť kužele.

Obr. E



Základní předpoklad úspěchu je zjistit, jak bude mít Pinocchio čepici nasazenou. Buď způsobem a) nebo b) na obr. 5.

V případě a) musí být $s = |VC| > a = |VA|$ (viz obr. 6),

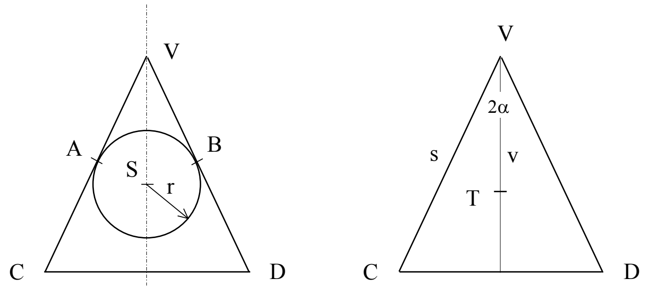
$$s = \frac{v}{\cos\alpha} , \qquad a = \frac{r}{tg\alpha} .$$

Po dosazení

$$s = 23{,}09cm\,, \qquad a = 25{,}98cm \Rightarrow s < a\,.$$

Z výpočtu vidíme, že čepička ze zadání je na obr. 5 b). Je jasné, že těžiště čepičky se bude nacházet někde mezi podstavou a vrcholem kužele. Dále je zřejmé, že těžiště bude *vždy* nad osou otáčení, v našem případě *středem hlavičky*, a čepička spadne. V nejlepším případě ji lze postavit do polohy labilní rovnováhy a spadne taky.

Obr. F



Pro nenechavce rozebereme i případ a). Nejprve určíme, kde má čepička těžiště, a poté v jaké poloze se těžiště nachází vůči středu koule – hlavy.

Těžiště lze určit:

a) integrací. Protože plášť kužele je symetrický podle výšky *v,* použijeme vzorce pro výpočet povrchu rotační plochy

$$S = \int_0^v 2\pi\, y\sqrt{1+y'^2}\,\mathrm{d}\,x\,,$$

kde $y(x) = x\,\mathrm{tg}\,\alpha$ je křivka, jejíž rotací získáme rotační plochu, a dosadíme do

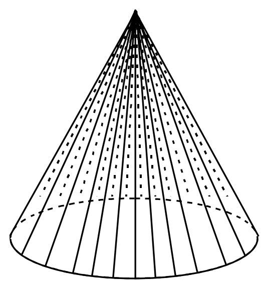
$$x_T = \frac{\int x\,\mathrm{d}\,m}{\int \mathrm{d}\,m} = \frac{\int_0^v x\sigma 2\pi x\,\mathrm{tg}\,\alpha\sqrt{1+\mathrm{tg}^2\,\alpha}\,\mathrm{d}\,x}{\int_0^v \sigma 2\pi x\,\mathrm{tg}\,\alpha\sqrt{1+\mathrm{tg}^2\,\alpha}\,\mathrm{d}\,x} = \frac{\sigma 2\pi\,\mathrm{tg}\,\alpha\sqrt{1+\mathrm{tg}^2\,\alpha}\cdot\int_0^v x^2\,\mathrm{d}\,x}{\sigma 2\pi\,\mathrm{tg}\,\alpha\sqrt{1+\mathrm{tg}^2\,\alpha}\cdot\int_0^v x\,\mathrm{d}\,x} = .$$

$$= \frac{\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^v}{\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^v} = \frac{\frac{1}{3}v^3}{\frac{1}{2}v^2} = \frac{2}{3}v\,,$$ kde σ je plošná hustota kužele a $dm = \sigma \cdot dS$.

b) pohledem. Pro ty, co neumějí integrovat, je zde obr. 7. Plášť kužele si rozdělíme na velmi malé rovnoramenné trojúhelníky, u kterých hlavní výška splývá s těžnicí, a proto je u každého z nich těžiště ve $^2/_3$ od vrcholu. Poněvadž to je těleso symetrické, bude těžiště ve $^2/_3$ výšky pláště kužele. Když už známe těžiště, musíme ještě zjistit délku $|SV|$.

$$|SV| = \frac{r}{\sin\alpha} = 30cm \text{ (platí pouze pro } s \geq a\text{)}$$

Obr. G



$$|VT| = \frac{2}{3} v .$$

Je-li $|SV| > |VT|$, můžeme čepičku v optimálním případě dostat pouze do polohy labilní rovnováhy.

Je-li $|SV| = |VT|$, čepička se bude nacházet v poloze volné rovnováhy, česky: bude v poloze rovnovážné indiferentní.

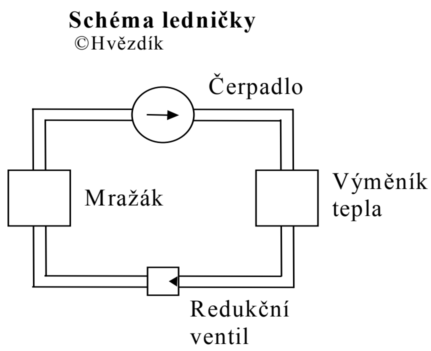
Pro $|SV| < |VT|$ bude čepice v poloze stabilní a nespadne.

Závěrem se omlouvám, že se ve fyzikálním semináři objevila matematická úloha, nicméně doufám, že vás takové ... neodradí.

Marcel Fuciman

Úloha III . 4 ... *lednička* *(maximum 3 body, řešilo 163 studentů)*

Místnost je tepelně izolována a do místnosti je dodávána energie ze zásuvky$\Rightarrow$teplota v místnosti se zvýší.



Pozor: Někteří z vás psali: Kdyby lednička byla ideální, teplota v místnosti by se nezměnila. Tato ideální lednička by však porušovala 2. termodynamický zákon: *teplo samovolně přechází z tělesa teplejšího na těleso studenější*. Pokud chcete, aby se teplo předávalo z tělesa studenějšího na těleso teplejší, musíte dodat práci, a tuto práci nemůžete zanedbat ani v ideálním případě. Proto se v ledničce nachází onen kompresor – to je ta věc, která dodává práci, aby teplo ze studenějšího tělesa přešlo na teplejší.

Jára Hamrle

Úloha III . 5 ... *vodní kyvadlo* *(maximum 5 bodů, řešilo 138 studentů)*

Těleso se převrátí, pokud bude v labilní rovnovážné poloze. Je k tomu sice nutná jistá, byť malá, vnější síla, ale ta vznikne třeba už tím, že led nemrzne pravidelně (ne nutně musí foukat vítr, jak uvedl jistý řešitel). Jak roste při mrznutí objem ledu, roste i výška těžiště ledového kvádru. Zřejmě nejvyšší je po zamrznutí celého objemu vody. Těžiště pak je v polovině výšky ledového kvádru. Víme, že hmotnost vody je v obou skupenstvích stejná. Tedy můžeme psát:

$$\rho_V V_V = \rho_L V_L \quad \to \quad V_L = \frac{\rho_V}{\rho_L} V_V \qquad \text{(z tabulek } \rho_L = 917\ \text{kg.m}^{-3},\ \rho_V = 998\ \text{kg.m}^{-3}\text{)}$$

a) Led se může rozpínat pouze nahoru, takže vytvoří kvádr o podstavě $a \times a$ a výšce $2h$. Těžiště bude ve výšce h. Pokud zavěsíme těleso níže, bude v labilní rovnovážné poloze. Pokud zavěsíme těleso ve výšce přesně h, bude teoreticky v poloze indiferentní, avšak hmotnost nádoby je sice zanedbatelná, leč nenulová, takže to bude ve skutečnosti stejně poloha labilní. Čili maximální výška závěsu, kde se ještě nádoba převrátí, je h,

$$a^2 2h = \frac{\rho_V}{\rho_L} a^3 \to h = \frac{\rho_V}{2\rho_L} a = 0{,}54a .$$

b) Led se rozpíná do všech stran, ale výška těžiště roste, neboť led se po stěnách klouže. Takže platí totéž co v případě a) s tím rozdílem, že výsledné ledové těleso bude krychle s rozměry $2h \times 2h \times 2h$,

$$(2h)^3 = \frac{\rho_V}{\rho_L} a^3 \to h = \frac{1}{2} \sqrt[3]{\frac{\rho_V}{\rho_L}} a = 0{,}51a .$$

Komentář k řešením: Naprostá většina řešení byla (skoro) úplně správná. Pokud místo poměru hustot si řešitel našel v tabulkách hodnotu jakési roztažnosti, většinou značně nepřesné, strhnul jsem mu bod. Pokud řešitel uvedl něco o tom, že bez vnější síly se těleso z labilní rovnovážné polohy nevychýlí, dostal symbolický bonus půl bodu, protože má koneckonců v naprosto ideálních podmínkách pravdu; bohužel skoro nikoho nenapadlo, že led v reálu mrzne nepravidelně, takže ta vnější síla přijde zevnitř. Vyšší bonusy pak byly za výpočty bez zanedbání hmotnosti vzduchu (ovlivní třetí desetinné místo výsledku) a hmotnosti nádoby.

Nejčastější chybou bylo užití vzorce pro teplotní objemovou roztažnost látek, kde se hovoří o změně objemu v závislosti na změně teploty, což je jaksi nesmysl, neboť při 0°C se teplota nemění, kdežto objem se poněkud zvětší.

David Stanovský

Úloha III. 6 ... g*ravitační zrychlení* *(maximum 8 bodů, řešilo 104 studentů)*

Gravitační zrychlení lze měřit mnoha způsoby, jak si mnozí z vás zkusili v této experimentální úloze. Naskytly se i takové výjimky, které nás doslova zahltily měřeními, čítajíce deset i více různých měření .

Mezi nejčastější měření, které jste prováděli, patří dobře známé měření volného pádu, různých kyvadel, valení po nakloněné rovině, mechanický oscilátor, vytékání kapaliny z trubice a mnoho jiných.

Nyní už vás nebudu unavovat a vrátím se k měřením. Trochu rozeberu některé metody měření a vyjádřím se i k nejčastějším chybám, kterých jste se dopouštěli.

1. Volný pád

Metoda volného pádu je nejčastější metodou u vás se vyskytující. Tato úloha je totiž technicky, fyzicky i jinak nenáročná. Stačí k ní nějaký ten předmět (nerozbitný či jinak nedeformovatelný, to pro vícenásobné měření), stopky a nějaká ta výška, z které pokud možno hozený předmět nikomu nespadne na hlavu. Z již klasického vzorce pro volný pád si vyjádříme gravitační zrychlení: $g = \frac{2s}{t^2}$ a dále, jak je z tohoto vztahu vidět, měříme čas t a dráhu (výšku) s.

2. Kyvadla

a) Matematické kyvadlo

Rozumíme jím hmotný bod hmotnosti m upevněný na konci nehmotného závěsu délky l. Pokud se omezíme jen na malé výchylky (asi do $5°$) lze ze vzorce pro dobu kmitu T určit místní tíhové zrychlení:

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}.$$

b) Reverzní kyvadlo

Toto kyvadlo kývá se stejnou dobou kmitu kolem dvou rovnoběžných os ležících v rovině, která prochází těžištěm kyvadla. Tyto osy mohou být buď symetricky položeny vzhledem k těžišti nebo vzdáleny o redukovanou délku kyvadla l_r. Z doby kmitu po úpravě dostaneme: $g = \frac{4\pi^2 l_r}{T^2}$. Zbývá tedy nalézt v kyvadle obě osy. Leží-li tyto osy v rovině procházející těžištěm tak, že jsou vůči němu nesymetricky rozložené, pak vzdálenost mezi nimi je právě námi hledaná redukovaná délka.

3. Mechanický oscilátor

Jestliže těleso zavěsíme na pružinu, zaujme oscilátor rovnovážnou polohu, ve které je v rovnováze tíhová síla ($F_G = mg$) a síla pružnosti ($F_p = k\Delta l$, kde Δl je prodloužení pružiny). Při okamžité výchylce y z rovnovážné polohy působí na oscilátor výsledná síla F směřující do rovnovážné polohy. Velikost této síly je přímo úměrná velikosti okamžité výchylky a pro její souřadnici na ose y platí:

$$F = -ky\,. \qquad (*)$$

Podle 2. pohybového zákona platí: $ma = -ky$, přičemž $a = -\omega_0^2 y$, $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$, a tedy pro dobu T kmitání máme $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$, ze které určíme tuhost pružiny.

Dosadíme do (*) a dostaneme pro tíhové zrychlení $g = \frac{4\pi^2}{T^2}\,y\,.$ (1)

4. Rychlost kapaliny vytékající otvorem v nádobě

V blízkosti otvoru, který je v hloubce h pod volnou hladinou, se mění tlaková energie kapaliny $E_P = pV$ na kinetickou energii $E_K = \frac{1}{2}\rho V v^2$. Tzn. $E_K = E_P$, a tedy pro rychlost kapaliny dostáváme $v = \sqrt{2gh}$. Z rovnice kontinuity plyne, že rychlost je rovna objemu kapaliny vyteklé průřezem S za čas t. Tedy $v = \frac{V}{St}$. Porovnáním obou rychlostí obdržíme vztah $g = \frac{V^2}{2S^2 th}$.

5. Nakloněná rovina

Těleso má ve výšce h potenciální energii $E_p = mgh$, vlivem tíhové síly se bude pohybovat dolů. Jeho kinetická energie se bude rovnat součtu translační a rotační energie.

$$E_{KT} = \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{a} \quad E_{KR} = \frac{1}{2}J\frac{v^2}{r^2},$$ kde J je moment setrvačnosti.

Pro kouli: $J = \frac{2}{5}mr^2$, pro válec: $J = \frac{1}{2}mr^2$.

Ze zákona zachování energie dostaneme pro kouli

$$g = \frac{7v^2}{10h}, \qquad g = \frac{3v^2}{4h}$$ pro válec.

Vzorové zpracování úlohy:

MECHANICKÝ OSCILÁTOR

Teorie: viz výše.

Místní tíhové zrychlení určíme tedy z doby kmitu tělesa a to tak, že těleso zavěsíme na pružinu, změříme y a pak těleso rozkmitáme.

Výsledky měření:

Měření jsem prováděla pouze pro jednu pružinu (to abyste se neunudili opakováním). Naměřené hodnoty jsem zpracovala do následující tabulky:

Tabulka A – Měření tuhosti pružin a tíhového zrychlení

Měření	m [g]	l [cm]	N	T [s]	y [cm]	k [Nm^{-1}]
1	50	43.70	5	2.6	7.24	6.77
2	100	36.42	10	7.8	14.52	6.76
3	120	33.88	10	8.0	17.06	6.90
4	150	29.41	10	9.0	21.53	6.83
5	200	22.42	10	10.7	28.54	6.87

Výsledky jsem statisticky zpracovala. Tuhost pružiny je: $k = (6{,}83 \pm 0{,}03)\ \mathrm{Nm}^{-1}$.

Tíhové zrychlení jsem vypočetla ze vztahu (1): $g = (10{,}2 \pm 0{,}2)\ \mathrm{ms}^{-2}$, g je uvedeno jako aritmetický průměr měření spolu s pravděpodobnou chybou. Relativní chyba je $\rho_g = 2\,\%$.

Diskuse:

Hodnotu tuhosti pružiny jsem určila metodou statistickou.

Hodnota tíhového zrychlení je určena s chybou, která byla způsobena nepřesností při měření doby kmitu. Pro zmenšení chyby měření by bylo zapotřebí změřit čas většího počtu kmitů. To se ovšem nepodařilo, neboť k tomu by bylo třeba užít větších hmotností. Ovšem pružina po zavěšení většího počtu závaží začala vykonávat nejen kmity vertikální, ale i horizontální, což se projevilo v chybě měření, ale i ve výsledku.

Nepřesnost měření byla způsobena také tím, že pružina byla částečně deformována.

Závěr:

Tuhost pružiny jsem určila metodou statistickou: $k = (6{,}83 \pm 0{,}03)\ \mathrm{Nm}^{-1}$.

Pro tuto pružinu jsem určila tíhové zrychlení: $g = (10{,}2 \pm 0{,}2)\ \mathrm{ms}^{-2}$.

Literatura:

[1] Slavínská: Fyzikální praktikum 1, SPN Praha 1989
[2] Brož a kol.: Základy fyzikálního měření, SPN Praha 1967

Nejčastější chyby, kterých jste se dopouštěli:

1. Píšete výsledky i mezivýsledky na strašnou spoustu desetinných míst. Stačí tolik desetinných míst, na kolik je 1. platná cifra chyby.

Př.: $g = (9{,}82 \pm 0{,}01)\ \mathrm{ms}^{-2}$.

2. Pokud jste uváděli chyby, velmi často jste zapomínali uvádět chyby výsledku.

Př.: uvedená chyba T a zapomenutá g.

3. Skoro všichni jste uváděli některé veličiny (výška, délka...), aniž by jste je změřili vícekrát a vzniklou chybu započítali do chyby výsledné.

4. Nechci vás už unavovat všelijakýma vzorečkama na výpočet chyb, myslím, že jich bylo napsáno až až v předchozích sériích, ale někteří z vás se ještě nenaučili chyby počítat.

5. Spoustě z vás chyběla teorie, uvedení vzorečků bez jediného slova vysvětlení není ono. Můžete sice namítnout, že se jedná o známé vztahy, ale copak máme vědět, že jste použili správný vztah na správnou situaci (zde se jedná především o kyvadla).

6. Mnozí z vás se také ani neunavovali s tím, aby uvedené výsledky a chyby prodiskutovali. Je třeba vědět proč, jak, nač a za jakých podmínek bylo docíleno takových výsledků, chyb.

A nakonec

7. **Úprava!** Nejde o písmo či pravopisné chyby, každý jsme nějaký, ale někteří z vás by se měli zamyslet nad tím, jak jeho řešení vypadá. Výsledky na otrhaných cárech papíru, stránka více černá od škrtání a všelijak nepřehledné stránky opravdu nepůsobí dobrým dojmem.

Také se objevili tací, kteří chrání naše lesy a posílají řešení na minipapírcích, to opravdu není nutné, sice je to chvályhodné, ale šetřit se dá i jinak.

Ale abych jen nepsala to nepříjemné, musím se zmínit, že mnozí z vás příjemně překvapili, ba až šokovali a pokusili se přivést opravovatele na pokraj šílenství a ty, kteří už tam byli na ...

A teď k bodování. Body byly rozděleny podle množství naměřených géček. Přičemž kandidáti na určitý rozsah bodů byli dále hodnoceni dle způsobu zpracování, zajímavosti měření a podání, podle toho, zda uvedli chyby a tak dále a tak dále.

Ještě na závěr malý dluh.

Někteří z vás se mě ptali, co že je to ten padostroj. Kdo ví, nečte, kdo neví, ten ať...

Padostroje slouží k vyšetřování rovnoměrně zrychleného pohybu v tíhovém poli zemském.

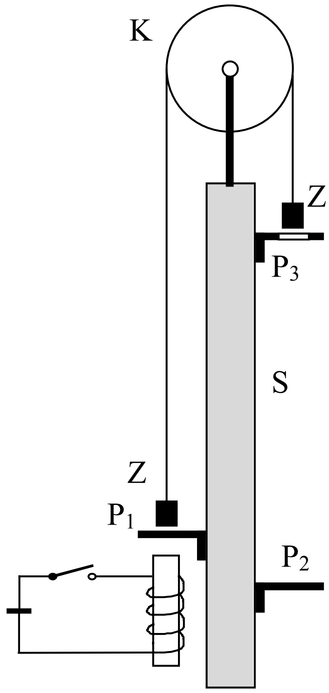
U Atwoodova padostroje je rovnoměrně zrychlený pohyb použitím kladky podstatně zpomalen proti volnému pádu. Na obr. 8 je vidět, že se skládá z vysokého stojanu **S**, na jehož vrcholu je upevněna kladka **K**, přes kterou jde vlákno nesoucí na koncích dvě závaží **Z** stejné hmoty *m*. Po obou stranách stojanu opatřeného měřítkem jsou posuvné plošinky. Jedna plošinka $\mathbf{P_1}$ bývá opatřena elektromagnetem, který umožňuje přidržet jedno závaží a ve vhodný čas je uvolnit. Na druhé straně stojanu je kromě plné plošinky $\mathbf{P_2}$ i plošinka $\mathbf{P_3}$ s kruhovým otvorem, kterým projde závaží, ale neprojde přívažek o hmotě m_1, který přikládáme na jedno z obou závaží, abychom dosáhli zrychlení, pro které plyne z Newtonova zákona $a = g\dfrac{m_1}{2m + m_1}$, jestliže neuvažujeme tření a kladka i vlákno jsou nehmotné. Dále změříme odpovídající doby pádu závaží. Pro *a* z rovnoměrně zrychleného pohybu platí: $a = \dfrac{2s}{t^2}$.

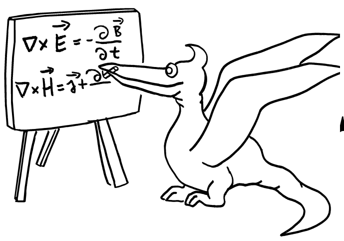
A to už je vše přátelé.

Budka

Obr. H

Atwoodův padostroj





Seriál na pokračování

Řešení úlohy S . 3 *(maximum 3 body, řešilo 95 studentů)*

Možná byla poslední úloha příliš úvahová, ovšem myšlenkové postupy tohoto druhu jsou ve fyzice časté a mnohdy pro vyřešení problému klíčové. Při odvození tlaku na stěnu nádoby jsme uvažovali objem *V*, který byl určen plochou *S* (ve stěně nádoby) a hranou $v_x dt$. Chceme-li počítat nárazy molekul na stěnu nádoby, musíme ve svých úvahách zabránit molekulám, aby se srážely mezi sebou. Z definice střední volné dráhy molekuly víme, že molekula narazí na jinou průměrně po uběhnutí dráhy *l*. Hrana $v_x dt$ objemu *V* tedy musí být menší než $\bar{l}$. Časový okamžik *dt*, ve kterém děj uvažujeme, musíme tedy volit podle relace

$$\mathrm{d}t < \frac{\bar{l}}{v_x}.$$

Ještě si dovolím napsat dodatek k definici střední volné dráhy molekuly $\bar{l}$. Střední volnou dráha molekul plynu λ lze pomocí ní definovat takto: $\bar{z}$ jsme odvodili ze vztahu

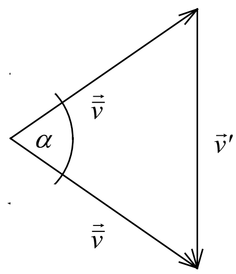
$$\bar{z} = \sigma N_V \bar{v}\,, \qquad (*)$$

kde $\bar{v}$ je střední rychlost molekuly vůči ostatním, které uvažujeme v klidu. Budeme-li uvažovat i pohyb ostatních molekul, které budou mít v průměru také rychlosti $\bar{v}$, potom se budou dvě molekuly vůči sobě pohybovat rychlostí v'. Situace je načrtnuta na obr. 9.

Vyjádříme to kosinovou větou $v'^2 = 2\bar{v}^2 - 2\bar{v}^2\cos\alpha$,

pro střední hodnotu $\bar{v}'$ potom $\overline{v'}^2 = 2\bar{v}^2 - 2\bar{v}^2\overline{\cos\alpha}$,

Obr. I



přičemž $\overline{\cos\alpha} = 0$ (kosinus dává hodnoty –1 až 1 v obou směrech shodným způsobem).

Můžeme psát: $\bar{v}' = \sqrt{2}\bar{v}$ a dosadit místo $\bar{v}$ $\bar{v}'$ do (*):

$$\bar{z}' = \sigma N_V \bar{v}'.$$

Místo $\bar{l} = \dfrac{\bar{v}}{\bar{z}}$ píšeme $\lambda = \dfrac{\bar{v}}{\bar{z}'} = \dfrac{\bar{l}}{\sqrt{2}}$.

Koeficienty tohoto druhu v úvahách ovšem v kinetické teorii nemají takovou důležitost.

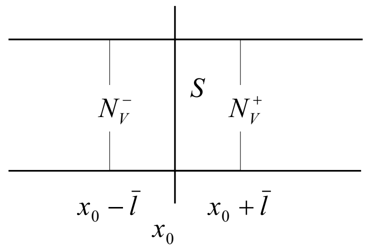
Pozn.: omlouvám se za chybu ve vztahu (3) v části seriálu ve třetí sérii (nebylo uvedeno N_V).

V další kapitole seriálu se budeme zabývat transporty částic v plynech – difúzí. Předpokládejme trubici o průřezu S umístěnou podélně ve směru osy x. Nechť hustota částic N_V v závislosti na souřadnici x není konstantní. Toho dosáhneme např. tím, že umístíme do trubice přepážku a oddělíme tak dva stejné plyny o různých hodnotách stavových veličin ($N_V = p/kT$; $k = 1{,}38.10^{-23}$ J.K^{-1}je Boltzmannova konstanta, T termodynamická teplota, p tlak plynu). Na obě strany od místa x_0, kde chceme zjišťovat podmínky, určíme ve vzdálenosti $\bar{l}$ hodnoty funkce $N_V(x)$, N_v^+ a N_v^- (viz obr. 10).

Počet molekul, které projdou za čas dt plochou S zleva doprava je roven

$$n_+(x_0,t) = N_V^- \cdot V = N_V^- \cdot S(\overline{v_x}\,\mathrm{d}t) = \tfrac{2}{\pi} N_V(x_0 - \bar{l}, t)\cdot S(\bar{v}\,\mathrm{d}t)$$

Obr. J



(protože $\overline{v_x} = 2\bar{v}/\pi$, což lze odůvodnit tak, že průmět v_x takových rychlostí v do osy x, kde $\vec{v}_x$ má směr zleva doprava je $v_x = v\cos\gamma = v\dfrac{\vec{v}\cdot\vec{x}}{vx}$. Střední hodnota $\cos\gamma$ na intervalu $\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$ je $\frac{2}{\pi}$, což lze zjistit integrováním).

Obdobně počet molekul, které projdou zprava doleva: $n_-(x_0,t) = \frac{2}{\pi} N_V(x_0 + \bar{l}, t)\cdot S(\bar{v}\,\mathrm{d}t)$. Hustota difúzního toku i je rovna počtu částic, které projdou plochou S zleva doprava za jednotkový čas:

$$i = \frac{n_+ - n_-}{S\,\mathrm{d}t} = -\frac{2\bar{v}}{\pi}\Big(N_V(x_0 + \bar{l}, t) - N_V(x_0 - \bar{l}, t)\Big).$$

Rozdíl hustot částic N_v^+ a N_v^- lze vyjádřit spádem (gradientem) této hustoty v bodě x_0 pro $\Delta x = 2\bar{l}$

$$N_V(x_0 + \bar{l}, t) - N_V(x_0 - \bar{l}, t) = \frac{\Delta N_V(x_0,t)}{\Delta x} 2\bar{l} = \frac{\mathrm{d}\,N_V(x_0,t)}{\mathrm{d}\,x} 2\bar{l}.$$

Celkově tedy: $i = -D\dfrac{\mathrm{d}\,N_V}{\mathrm{d}\,x}$, kde $D = 4\bar{l}\bar{v}/\pi$.

Přesnější výpočty, kde je započteno i např. silové působení mezi molekulami, vedly k výsledku $d = 0{,}599\bar{l}\bar{v}$.

Úloha S . 5

Ve vztahu pro tepelnou vodivost $q = \frac{Q}{S\,\mathrm{d}t} = -\lambda \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x}$ u tyče spádu teploty $\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x}$ a průřezu S a se pokuste najít vyjádření pro konstantu λ, pokud tyčí projde za čas dt teplo Q.

Nápověda: střední energii jedné molekuly lze vyjádřit jako $u = m_0 c_V T$.

<u>Naše adresa:</u> FKS, KTF MFF UK

V Holešovičkách 2, 180 00 Praha