

**12. ročník, úloha I. 3 ... fontána** (3 body; průměr ?; řešilo 95 studentů)

Na obrázku je nakreslen důmyslný systém nádržek. Spočítejte rychlost vody vystřikující z trubky 3. Viskozitu vody zanedbejte ( $h_1 = 5\text{ m}$ ,  $h_2 = 0,5\text{ m}$  a  $h_3 = 25\text{ m}$ ).

Tato úloha byla pro většinu z vás poměrně jednoduchá. Obvykle si stačilo uvědomit, že v trubce 2 je vzduch. Z důvodu řešitelnosti musíme zavést rozumná zanedbání. Viskozitu jsme zanedbali už v zadání, dále musíme předpokládat, že průřez trubek je mnohem menší než povrch hladiny v jednotlivých nádobách (zřejmé z obr. 1). Za těchto předpokladů můžeme pohyb vody v trubkách považovat za ustálený a k řešení použijeme Bernoulliho rovnici

$$p_a = p - h_3 \rho g,$$

$$p - \Delta p - h_2 \rho g = p_a + h_1 \rho g + \frac{1}{2} \rho v^2.$$

Rychlosti hladin lze považovat za nulové,  $p$  je tlak vzduchu nad hladinou v dolní nádobě a  $\Delta p$  je úbytek tlaku způsobený tíhovým polem Země.

Řešením této rovnice získáme

$$v = \sqrt{2g(h_3 - h_2 - h_1 - \Delta p/\rho g)}.$$

Nyní již musíme určit jen hodnotu  $\Delta p$ . Jako odhad nám postačí

$$0 \leq \Delta p \leq (h_3 - h_2) \rho_v g,$$

kde  $\rho_v$  je maximální hustota vzduchu. Tu určíme ze stavové rovnice

$$\rho_v = \frac{p M_m}{RT} = \frac{(p_a + h_3 \rho g) M_m}{RT}.$$

Platí

$$\frac{\Delta p}{\rho g} \leq (h_3 - h_2) \frac{(p_a + h_3 \rho g) M_m}{\rho RT}.$$

Číselně je  $\Delta p/\rho g < 9\text{ cm} \ll h_3 - h_2 - h_1$ , a proto je tento člen zanedbatelný. (Molární hmotnosti plynů jsou řádově stejné, proto je možno zanedbat  $\Delta p$  i pro jiný plyn.) Rychlost v našem případě vychází  $20\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ .

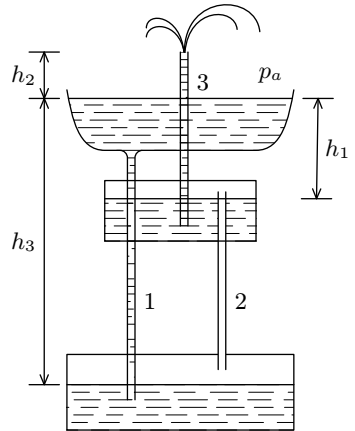
K došlým řešením máme několik poznámek. Hodně řešitelů vycházelo ze zákona zachování energie. V tomto případě se však neobešli bez předpokladu, že objem vody, který vyteče z horní nádoby, je roven objemu vody, který stříká z trubky 3 (uvažujte např. průřez trubky 3 větší než průřez trubky 1; ani v tomto případě se nejedná o perpetuum mobile – energie se čerpá z tlakové energie vzduchu ve spodní baňce).

Nakonec drobnou poznámku. Vzhledem k uvažovaným zanedbáním nemá smysl uvádět výsledek na 5 platných ciferech.

**Karel Kolář & Ondřej Pejchal**

---

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty UK MFF. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci UK MFF a podporován Ústavem teoretické fyziky UK MFF, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.



Obr. 1