13. ročník, úloha V . 4 ... *letící tyč* *(5 bodů; průměr ?; řešilo 40 studentů)*

Mějme v rovině dvě na sebe kolmé přímky a a b. V přímce a letí tyč délky $l = 5 \cdot 10^7$ *m rychlostí* $v = 6 \cdot 10^6\ \mathrm{ms}^{-1}$ *(tyč je s přímkou rovnoběžná a její střed na ní neustále leží). Vaším úkolem je určit, jaký bude průběh „viděné“ (viz dále) délky tyče v závislosti na její vzdálenosti od průsečíku přímek. Tyč pozorujeme z přímky b v takové vzdálenosti od průsečíku, která je zanedbatelná vůči vzdálenosti tyče od průsečíku.*

Skutečnou délku tyče nevidíme, protože světlo z obou konců nevyletělo současně. Takže to, co vidíme jsou sice konce tyče, ale v různých časech. A právě rozdíl těchto časů udává rozdíl viděných délek. Nejdříve neuvažujme délkovou kontrakci a uvažujme l jako délku, kterou bychom viděli, kdyby světlo s obou konců vyletělo současně.

Nejprve vyřešíme případ, že tyčka letí na nás. Označme vzdálenější konec A a x_A vzdálenost ve které ho vidíme, analogicky bližší B, a x_B. Potom platí vztahy $x_A = ct_A$, $x_B = ct_B$, kde t_A, t_B jsou časy, za které k nám doletí signál. Víme, že signál z bodu B vystartoval o $\Delta t = t_A - t_B$ později, takže ještě stačil urazit dráhu $v \cdot \Delta t$.

$$ct_A = ct_B + l + v\Delta t\,.$$

Po úpravě dostaneme

$$c\Delta t = \frac{cl}{c - v} = 5{,}1 \cdot 10^7\,\mathrm{m}\,.$$

Odtud $l' = x_A - x_B = c(t_A - t_B) = c\Delta t$.

Analogicky bychom odvodili i vzdalující se tyč, jenom místo v bychom dosadili $-v$, takže výsledek bude

$$l' = \frac{cl}{c + v} = 4{,}9 \cdot 10^7\,\mathrm{m}\,.$$

Ještě může nastat případ, že tyč letí kolem nás, tj. jeden konec je od nás napravo a druhý nalevo. Nechť je střed tyče ve vzdálenosti $s \in (-l/2, l/2)$. Představme si, že máme dvě tyčky, které jsou rozřízlé tak, že jedna je napravo a druhá nalevo a jedna letí k nám a druhá od nás. Viděná délka tyče potom bude

$$l' = \frac{c(l - s/2)}{c - v} + \frac{c(l + s/2)}{c + v} = \frac{c^2 l - 2cvs}{c^2 - v^2}$$

Dají se uvažovat i relativistické efekty, ale ty jsou o dva řády nižší, takže je můžeme v podstatě zanedbat. Spočítají se tak, že místo l dosadíme

$$l = \frac{1}{\sqrt{1 + (v/c)^2}}\, l_0 = 4{,}999 \cdot 10^7\,\mathrm{m}\,.$$

Miroslav Kladiva

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty UK MFF. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci UK MFF a podporován Ústavem teoretické fyziky UK MFF, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.