

14. ročník, úloha I. 1 ... levitace (4 body; průměr ?; řešilo 118 studentů)

Představme si, že elektrický náboj zeměkoule začne najednou z ničeho nic růst. To znamená, že i vy se začnete nabíjet. Může to dojít tak daleko, že coulombovská síla vyrovná gravitační a vy se odlepíte od Země. Vysvětlete, proč není možné, aby se různě velká tělesa stejné hustoty odlepila ve stejný okamžik. Pro zjednodušení uvažujte, že všechna tělesa mají tvar koule.

Navrhl Miroslav Kladiava na motivy jedné ruské sbírky z fykosí knihovničky.

Těleso se začne vznášet právě v okamžiku, kdy se vyrovná působení přitažlivé gravitační síly a odpudivé elektrické síly. Aby se začala vznášet všechna tělesa v jeden okamžik, musely by se tyto síly vyrovnat pro všechna tělesa zároveň. Pro gravitační sílu působící na těleso platí

$$F_g = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g. \quad (1)$$

Nyní určíme, jak závisí odpudivá elektrická síla na poloměru tělesa. Země a těleso tvoří dohromady vodivou soustavu, na které se náboj rozloží tak, aby ve všech místech byl stejný potenciál, a tedy intenzita kolmá k povrchu. Protože Země je mnohem větší než těleso, můžeme ji nahradit rovinou. Potřebujeme zjistit, jak se rozložení náboje na takové soustavě mění s poloměrem tělesa. Předpokládejme, že pro určité r_0 víme, jaká je v každém místě soustavy plošná hustota náboje σ , ve velké vzdálenosti od tělesa se velikost plošné hustoty náboje bude blížit hodnotě σ_0 . Pokud pro každé místo na povrchu soustavy Země–těleso známe σ , můžeme spočítat elektrickou intenzitu v libovolném bodě pomocí vztahu

$$\mathbf{E} = \int_{(S)} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sigma \mathbf{r}}{|\mathbf{r}|^3} dS, \quad (2)$$

což není nic jiného než Coulombův zákon pro spojitě rozložený náboj. Integruje se přes celou soustavu Země–těleso.

Zjistíme nyní, jak se změní rozložení náboje, pokud změníme k -krát všechny rozměry soustavy. Náboj se zřejmě rozloží jediným způsobem. Rozloží-li se tak, že v odpovídajících si místech této a nezměněné soustavy bude plošná hustota náboje stejná, bude v odpovídajících si místech i stejná intenzita, to přímo plyne ze vztahu (2). Intenzita bude tedy opět všude kolmá na povrch a náboj se proto rozloží přesně tímto způsobem.

Síla působící na těleso se určí pomocí vztahu

$$\mathbf{F} = \int_{(T)} \sigma \mathbf{E} dS, \quad (3)$$

kde se integruje přes celé těleso. Jediné na co má v tomto vztahu změna všech rozměrů vliv, je dS (vzroste k^2 -krát), protože \mathbf{E} i σ v odpovídajících si místech jsou stejné. Odpudivá síla tedy roste s druhou mocninou poloměru, zatímco přitažlivá roste s třetí, z toho už je vidět, že se nemohou odlepit všechna tělesa zároveň, protože rovnice typu $A r^2 = B r^3$ nejde splnit pro všechna r zároveň (pokud se A i B zároveň nerovnájí nule, což není náš případ).

Karel Kouřil & Karel Kolář

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty UK MFF. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci UK MFF a podporován Ústavem teoretické fyziky UK MFF, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.