14. ročník, úloha IV . 4 ... *Zvířátko* *(5 bodů; průměr ?; řešilo 43 studentů)*

Představte si zvířátko, jehož charakteristický rozměr je L. Odhadněte, jak na L závisí vzdálenost, kterou je schopné urazit po poušti.

A jak závisí na L jeho rychlost běhu po rovině a do kopce? Určete také, jak závisí na velikosti zvířátka výška jeho výskoku.

Nápověda: Uvažte, že $s = vt$. Dále např. uveďme, jak závisí hmotnost zvířátka na L: Víme, že $m = \varrho V$, kde ϱ uvažujme konstantní a V je úměrné L^3, tedy $m \sim \varrho L^3 \sim L^3$, hmotnost zvířátka tedy závisí přímo úměrně na L^3. *Úlohu vypátral Jan Prokleška.*

Předpokládejme, že zvířátko je savec, dále předpokládejme, že frekvence kroků zvířátka nezáleží na jeho velikosti (tj. na L),a ze zvířátka se neliší v tělesné stavbě, ale pouze ve velikosti.

Nejdříve se zabývejme otázkou jak daleko schopno dojít na poušti. Pravděpodobně nejvíce limitujícím faktorem pro zvířátko je voda (například člověk bez jídla vydrží asi tak měsíc, bez vody nanejvýš pět dní), tu zvířátko jdoucí po poušti spotřebovává hlavně na na ochlazování svého organismu. Množství vody v těle zvířátka je úměrné jeho objemu tedy: $M_{\mathrm{vod}} \sim L^3$. Hlavním zdrojem ohřevu organismu zvířátka je teplo, které se v něm uvolňuje (pokud zanedbáme slunce — jeho vliv se dá těžko popsat nevíme, kde poušť je, jak dlouho tam trvá den, ...), množství uvolněného tepla je zřejmě úměrné objemu organismu a tudíž dostáváme vztah $Q \sim L^3$. Toto odpadní teplo je třeba odvést právě pomocí vody pro hmotnost ztracené (vypocené) vody za jednotku času tedy dostáváme $M_{\mathrm{vyp}} \sim L^3$.

Vidíme tedy, že doba po kterou je zvířátko schopno jít po poušti nezávisí na L (zásoby vody jsou úměrné L^3 a rychlost s jakou je zvířátko ztrácí také).

Jediné v čem se tedy zvířátka budou lišit je délka kroku, ta je úměrná L pro celkovou vzdálenost tedy můžeme psát: $s \sim L$ (všechna zvířátka udělají stejný počet kroků, které mají délku přímo úměrnou L).

Nyní se zabývejme tím, jak rychle je zvířátko schopno běžet. Pravděpodobně nejvýraznější vliv na rychlost zvířátka má maximální frekvence kroků zvířátka. Pokusme se určit, jak závisí na L.

Na to aby zvířátko udělalo krok musí posunout končetinu směrem dopředu, tento pohyb je obecně nerovnoměrně zrychlený. Hmotnost končetiny je úměrná L^3, síla, která ji urychluje, je úměrná L^2 (síla svalu závisí na počtu svalových vláken, a tedy na jeho průřezu), celkově tedy pro zrychlení máme: $a \sim L^{-1}$. Pokud použijeme vztah pro rovnoměrně zrychlený pohyb (řekněme, že si pohyb končetiny „rozsekámen tak, že v jednotlivých částech celkového pohybu se pohybuje rovnoměrně zrychleně) $t = \sqrt{2s/a}$ a uvědomíme si, že $s \sim L$ dostaneme pro délku trvání kroku $T \sim L$ a protože délka kroku je rovněž přímo úměrná L, zjišťujeme, že z tohoto pohledu rychlost nezávisí na L.

Pokud započítáváme odporovou sílu, musíme si uvědomit, že $F_{\mathrm{odp}} \sim L^2 \cdot v^2$ pro sílu, kterou je schopno působit zvířátko platí $F \sim L^2$ a tedy dostáváme ze rychlost nezávisí na L.

Při běhu do kopce se ve vyjádření odporové síly objeví další člen popisující sklon kopce, dostaneme tedy $F_{\mathrm{odp}} \sim L^2 \cdot v^2 + L^3 \sin\alpha$ pro rychlost máme $v \sim \sqrt{k_1 - k_2 L \sin\alpha}$, kde k_1, k_2 jsou konstanty.

Při výskoku musí platit zákon zachování energie, tedy to, že práce vykonána zvířátkem se spotřebuje na jeho přemístění do větší výšky. Pro práci máme: $W = Fs$ a tedy při uvážení $F \sim L^2$ a $s \sim L$ dostaneme $W \sim L^3$. Pro změnu potenciální energie zvířátka máme $\Delta E = mgh$ víme že $m \sim L^3$ celkově tedy opět dostáváme, že výška výskoku nezávisí na L.

Karel Kouřil

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty UK MFF. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci UK MFF a podporován Ústavem teoretické fyziky UK MFF, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.