

**15. ročník, úloha IV. 2 ... radiátory** (3 body; průměr ?; řešilo 39 studentů)

V bytě jsou tři radiátory. Voda tekoucí v prvním má teplotu  $75^\circ\text{C}$ , voda ve třetím  $40^\circ\text{C}$ . Jakou teplotu má prostřední radiátor? Teplota vzduchu v pokoji je  $20^\circ\text{C}$ . Všechny radiátory jsou stejné a ztráty v potrubí jsou zanedbatelné.

Nejprve si musíme uvědomit, jakým způsobem předává topení teplo svému okolí. V úvahu připadají dva mechanismy: záření a vedení (resp. přestup). Povrch typického topení můžeme odhadnout na  $2\text{ m}^2$  a teplotu na  $60^\circ\text{C}$ . Podle Stefan-Boltzmanova zákona

$$P = \sigma S T^4,$$

kde  $P$  je výkon záření,  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$  je Stefan-Boltzmanova konstanta,  $S$  je povrch tělesa a  $T$  je termodynamická teplota, je vyzářený výkon přibližně  $600\text{ W}$  (musíme uvážit také to, že topení absorbuje tepelné záření z okolí). Stefan-Boltzmanův zákon navíc platí pouze pro ideálně černé těleso, takže pokud je topení natřeno na bílo, bude vyzářený výkon ještě několikrát nižší. V porovnání s mnohakilowatovým výkonem topení je tato hodnota zanedbatelná.

Rychlost předávání tepla do okolí je limitována takzvaným přestupem tepla (pojem „vedení“ je v tomto případě zavádějící protože teplo „přestupuje“ z topení do vzduchu). Důležité je, že v takovémto případě je rychlost výměny tepla lineární funkcí rozdílu teploty topení a okolí. Voda se tedy v každém topení ochladí o teplotu, která bude úměrná rozdílu jeho teploty a teploty okolního vzduchu. Označíme-li tyto rozdíly  $\Delta T_1$ ,  $\Delta T_2$  a  $\Delta T_3$ , bude platit

$$\Delta T_1 - \Delta T_2 = c \Delta T_1,$$

$$\Delta T_2 - \Delta T_3 = c \Delta T_2.$$

Rozdíly teplot topení a vzduchu pak budou u několika za sebou zapojených topení tvořit geometrickou posloupnost.

$$\frac{\Delta T_1}{\Delta T_2} = \frac{\Delta T_2}{\Delta T_3}.$$

Teplota prostředního topení je tedy

$$T_2 = T_{\text{okolí}} + \sqrt{\Delta T_1 \Delta T_3} = 53,12^\circ\text{C}.$$