16. ročník, úloha IV . 1 ... *rámus ve vesmíru* *(4 body; průměr 1,86; řešilo 21 studentů)*

a) *Hustota mezihvězdného prostředí je asi 10 až 10 000 částic na metr krychlový. Tvoří ho převážně vodík. Vzdálenost mezi částicemi je tak velká, že se toto prostředí chová jako ideální plyn. Na vás je rozmyslet, zda se v takovém „vakuu“ může šířit zvuk a pokud ano, jaká může být jeho frekvence?*

b) *Jaká je maximální frekvence zvuku, který se může šířit ve vzduchu za normálních podmínek?*

Zvuk je mechanické vlnění o frekvenci v rozmezí zhruba $20 \div 16000\,\mathrm{Hz}$, které vyvolává sluchový vjem. Vlnění o frekvenci menší než $20\,\mathrm{Hz}$ nazýváme infrazvuk, vlnění s frekvencí větší než $16\,\mathrm{kHz}$ pak ultrazvuk.

a) Šíření zvukové vlny probíhá prostřednictvím změn tlaku v důsledku stlačování vzduchu. Máme-li ve dvou oblastech různé hustoty molekul, pak podle kinetické teorie víme, že by molekuly z oblasti s větší hustotou měly přejít do oblasti s menší hustotou, aby se tento rozdíl vyrovnal. V takovém případě bychom ovšem žádné tlakové oscilace nedostali a neměli bychom ani zvuk. Proto je pro vznik zvuku nezbytné, aby střední volná dráha l_s molekul byla mnohem menší než vzdálenost mezi maximem a minimem tlaku, která představuje polovinu vlnové délky vlnění λ.

Střední volnou dráhu můžeme spočíst ze vztahu:

$$l_s = \frac{1}{\sigma n},$$

kde σ představuje tzv. účinný srážkový průřez a n je hustota molekul vztažená na jednotkový objem. Uvážíme-li jako výplň mezihvězdného prostoru molekulární vodík, pro nějž $\sigma \approx 10^{-19}\,\mathrm{m}^2$ a $n \approx 10^1 \div 10^4$, dostáváme pro jeho střední volnou dráhu $l_s \approx 10^{15} \div 10^{19}\,\mathrm{m}$.

Pro vlnovou délku λ zvukového vlnění platí vztah

$$\lambda = \frac{v_\mathrm{z}}{f},$$

kde f je frekvence zvuku a v_z je jeho rychlost. Tu spočteme ze vztahu

$$v_\mathrm{z}^2 = \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}\varrho}.$$

Uvážíme-li, že změna tlaku s hustotou ve zvukové vlně odpovídá adiabatické změně, tedy $pV^\varkappa = \mathrm{konst}$, dostáváme

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}\varrho} = \frac{\varkappa p}{\varrho}.$$

Užitím stavové rovnice pro ideální plyn $pV = nkT$ získáváme

$$v_\mathrm{z} = \sqrt{\frac{\varkappa kT}{m}}.$$

Teplotu oblaku ve volném prostoru odhadneme podle teploty reliktního záření na $T = 5\,\mathrm{K}$. Pro tuto teplotu má vodík Poissonovu konstantu $\varkappa_\mathrm{H} = 5/3$ (rotační i vibrační stupně volnosti jsou zamrzlé). Po dosazení $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\,\mathrm{J{\cdot}K^{-1}}$, $m = 3{,}32 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}$ vychází rychlost zvuku $v_\mathrm{z} = 190\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$. Úvodní podmínka dává

$$l_s \ll \frac{\lambda}{2} \quad \Rightarrow \quad f \ll \frac{v_\mathrm{z}}{2l_s} \approx 10^{-16} \div 10^{-13}\,\mathrm{Hz}.$$

Jak je vidno, to co se bude vesmírem šířit, lze stěží nazvat zvukem, natožpak rámusem.

b) Vyjdeme ze stejných úvah jako v první části úlohy. Uvažujme $T = 300\,\mathrm{K}$, při které má vzduch (směs dvou dvouatomových plynů) Poissonovu konstantu $\varkappa_{\mathrm{vz}} = 7/5$ (tři translační a dva rotační stupně volnosti, vibrační jsou zamrzlé). Dále dosadíme $m = 5 \cdot 10^{-26}\,\mathrm{kg}$, $\sigma \approx 3 \cdot 10^{-20}\,\mathrm{m}^2, n \approx 6 \cdot 10^{23}$. Při těchto hodnotách dostáváme $f \approx 60\,\mathrm{MHz}$. Tuto hodnotu ovšem nelze brát příliš dogmaticky, neboť při výpočtu záleží na zvolených hodnotách a výsledek se může i řádově lišit. Nicméně lze říci, že horní mez se pohybuje v řádově desítkách až stovkách MHz.

Lukáš Schmiedt
`fykos@mff.cuni.cz`

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty UK MFF. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci UK MFF a podporován Ústavem teoretické fyziky UK MFF, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.