

**17. ročník, úloha III. S ... dipóly** (5 bodů; průměr 2,63; řešilo 8 studentů)

Spočtete sílu působící mezi dvěma dalekými elektrickými dipóly o momentech  $\mathbf{p}_1$  a  $\mathbf{p}_2$  ve vzdálenosti  $r$ , pokud

- leží v jedné přímce a jsou souhlasně orientovány,
- jsou souhlasně orientovány ve směru kolmém na spojnici,
- dipól  $\mathbf{p}_1$  je orientován kolmo ke spojnici,  $\mathbf{p}_2$  rovnoběžně s ní směrem k prvnímu.

Víme, že intenzita elektrického pole je pro první dipól

$$\mathbf{E}_1 = \frac{3(\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{r})\mathbf{r}}{r^5} - \frac{\mathbf{p}_1}{r^3}. \quad (1)$$

Síla působící na druhý elektrický dipól potom je

$$\mathbf{F} = \mathbf{p}_2 \cdot \nabla \mathbf{E}_1(\mathbf{r}).$$

Rozdělme nyní jednotlivé případy.

- Zvolme si ať dipóly leží na ose  $x$ , potom

$$\mathbf{p}_1 = (p_1, 0, 0),$$

$$\mathbf{p}_2 = (p_2, 0, 0),$$

potom lehkým dosazením do (1) dostáváme

$$\mathbf{E}_1 = \frac{1}{r^5} (3p_1x^2 - p_1r^2, 3p_1xy, 3p_1xz) \quad (2)$$

a výsledná síla je

$$\mathbf{F} = p_2 \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{E}_1 = \frac{3p_1p_2}{r^7} (3xr^2 - 5x^3, y(r^2 - 5x^2), z(r^2 - 5x^2)),$$

to v případě  $\mathbf{r} = (r, 0, 0)$  dává

$$\mathbf{F} = -6 \frac{p_1p_2}{r^4} (1, 0, 0).$$

- Při stejné poloze dipólů jako v předcházejícím případě máme

$$\mathbf{p}_1 = (0, p_1, 0),$$

$$\mathbf{p}_2 = (0, p_2, 0).$$

Intenzita v tomto případě je

$$\mathbf{E}_1 = -\frac{p_1}{r^5} (3yx, 3y^2 - r^2, 3zy).$$

Výsledná síla

$$\mathbf{F} = p_2 \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{E}_1.$$

To po zderivování a dosazení  $\mathbf{r} = (x, 0, 0)$  dá

$$\mathbf{F} = 3 \frac{p_1 p_2}{r^4} (1, 0, 0).$$

c) Opět volíme polohu dipólů na ose  $x$ , tedy

$$\mathbf{p}_1 = (p_1, 0, 0),$$

$$\mathbf{p}_2 = (0, p_2, 0).$$

Intenzita bude mít tvar (2) a sílu spočítáme jako

$$\mathbf{F} = p_2 \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{E}_1.$$

Derivování si dovolíme zase vynechat a uvedeme jen výsledek po dosazení  $\mathbf{r} = (r, 0, 0)$

$$\mathbf{F} = 3 \frac{p_1 p_2}{r^4} (0, 1, 0).$$

*Miro Kladiwa*  
fykos@mff.cuni.cz