

## Úloha I.P ... vlaková

9 bodů; (chybí statistiky)

Odhadněte spotřebu elektrické energie na jednu jízdu vlaku IC Opavan. Souprava se sedmi vozy má lokomotivu řady 151 a je schopná dosáhnout rychlosti  $v_{\max} = 160 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ . Pro jednoduchost uvažujte, že všichni cestující jedou z Prahy do Opavy. *Skřítek jezdí domů vlakem.*

## Základné parametre

Medzi pre nás základné parametre, ktoré potrebujeme vedieť je hmotnosť vlaku, uvažujeme podľa zadania plný vlak z východiskovej až do cieľovej stanice. Hmotnosti jednotlivých vozňov a lokomotívy sú v tab. 1.<sup>1 2</sup>

Ďalší podstatný parameter, ktorý budeme potrebovať je činiteľ odporu  $C_x$ , ktorý odhadneme porovnaním tvaru vlaku s tabuľkovými hodnotami. Hodnotu sme nakoniec zvolili  $C_x = 0,9$ . Prierez vozidla  $S_{DV}$  budeme uvažovať ako obdĺžnik  $4 \text{ m} \times 3 \text{ m}$ ,<sup>3</sup>  $S_{DV} = 12 \text{ m}^2$ . Posledné, čo potrebujeme vedieť je jazdný čas, ktorý je 3 hod 43 min pre GVD 2021/2022,<sup>4</sup> teda  $t = 3,71 \text{ h}$ .

Tab. 1: Radenie vlaku s hmotnosťami prázdnych vozňov  $m_p$ , vozňov obsadených  $m_o$ , dĺžky vozňov  $l_v$ , počet cestujúcich  $n$  a rotačná hmotnosť vypočítaná a  $m_r = m_o (1 + \rho_r)$

| DV                          | $\frac{m_p}{t}$ | $\frac{m_o}{t}$ | $\frac{l_v}{m}$ | $\frac{n}{os}$ | $\frac{m_r}{t}$ |
|-----------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|----------------|-----------------|
| 151                         | 82              | 82              | 16,74           | -              | 98,4            |
| Bdpee <sup>231</sup>        | 41              | 47              | 24,5            | 72             | 49,82           |
| Bmz <sup>226</sup>          | 48              | 53              | 26,4            | 66             | 56,18           |
| Bmz <sup>226</sup>          | 48              | 53              | 26,4            | 66             | 56,18           |
| Bmz <sup>226</sup>          | 48              | 53              | 26,4            | 66             | 56,18           |
| Bbdgmee <sup>236</sup>      | 46              | 50              | 26,4            | 41             | 53              |
| ARpeer <sup>61</sup> (ZSSK) | 45              | 47              | 24,5            | 24             | 49,82           |
| Ampz <sup>146</sup>         | 47              | 52              | 26,4            | 58             | 55,12           |
| Spolu                       | 405             | 437             | 197,74          | 393            | 474,7           |

## Výškový profil trate

Železničná trať podobne ako ostatná líniová infraštruktúra kopíruje terén a prispôsobuje sa mu, z tohoto dôvodu trať nevedie po rovine, ale stúpa a klesá. Vlak z Prahy do Opavy začína jazdu v stanici Praha hl.n. s nadmorskou výškou 210 m.n.m., následne začína stúpať z údolia Vltavy až do zastávky Tuklaty (260 m.n.m.), odtiaľ klesá do údolia Labe, a pred Kolínom dosahuje minimum nadmorskej výšky, niečo málo pod 200 m.n.m.. Z Kolína vlak stúpa popri Labe a následne údolím Orlice až do najvyššieho bodu našej cesty, Třebovice v Č., s výškou 420 m.n.m.. Odtiaľ klesáme popri rieke Morave až do blízkosti sútoku Bečvy a Moravy tj. Výhybne Dluhonice (200 m.n.m.). Práve popri Bečve sa vydávame opäť do kopca až kúsok za Hranice

<sup>1</sup>Spolek ŽelPage: Atlas vozů.cz, dostupné na webe <https://www.atlasvozu.cz/>

<sup>2</sup>VAGONY.CZ: tab. 1: hodnoty součinitele rotačních hmot, dostupné na webe <https://www.vagony.cz/vagony/energie.html>

<sup>3</sup>Ing. Vilém Hoffmann: Typový výkres rady 151

<sup>4</sup>SŽ s.o.: Jízdní řád, dostupné na webe <https://www.spravazeleznic.cz/cestujici/jizdni-rad>

n. M., konkrétně na zastávku Bělotín (290 m.n.m.), kde sa niveleta kolají opäť mení a klesáme popri rieke Odra do stanice Ostrava-Svinov (215 m.n.m.), kde sa odpájame z koridoru a ďalej budeme pokračovať po jednokolažnej trati až do konečnej stanice Opava (255 m.n.m.).<sup>5</sup>

K výpočtu energie potrebnej na stúpanie budeme uvažovať jednoduchý model, kde potrebujeme zdvihnúť teleso o hmotnosti  $m_o$  do výšky rovnajúcej sa rozdielu jednotlivých staníc  $\Delta h = h_k - h_z$ , energia jedného stúpania bude  $E_i = \Delta h_i m_o g$  vid' Tab. 2. Celkovú energiu  $E_{\text{prev}}$  vypočítame ako súčet všetkých stúpaní

$$E_{\text{prev}} = \sum_i \Delta h_i m_o g,$$

$$E_{\text{prev}} = 1,67 \text{ GJ} = 464 \text{ kWh}.$$

Tab. 2: Začiatok a koniec stúpaní, ich nadmorské výšky  $h_z$  a  $h_k$ , celkové prevýšenie  $\Delta h$  a energia potrebná na jednotlivé stúpania vlaku  $E$

| začiatok stúpania | $h_z$<br>m.n.m. | koniec stúpania | $h_k$<br>m.n.m. | $\Delta h$<br>m | $E$<br>MJ |
|-------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------|
| Praha hl.n.       | 210             | Tuklaty z.      | 260             | 50              | 214       |
| Kolín             | 200             | Třebovice v Č.  | 420             | 220             | 943       |
| Vých. Dluhonice   | 210             | Bělotín z.      | 290             | 80              | 343       |
| Ostrava-Svinov    | 215             | Opava           | 255             | 40              | 171       |

### Rýchlostný profil trate

Vlak nejde po celej trase rovnakou rýchlosťou. Kvôli oblúkom, stavu infraštruktúry, traťovému a staničnému zabezpečovaciemu zariadeniu nedosahuje na celej trase maximálnu rýchlosť, ale musí brzdiť a zrýchľovať. Rýchlostný profil je vyobrazený v grafe 1.<sup>6</sup>

Na tieto zmeny rýchlosti je potrebná energia, predovšetkým na zrýchľovanie. Ak vlak ide rýchlosťou  $v_1$  a zrýchli na rýchlosť  $v_2$  potrebuje k tomu energiu

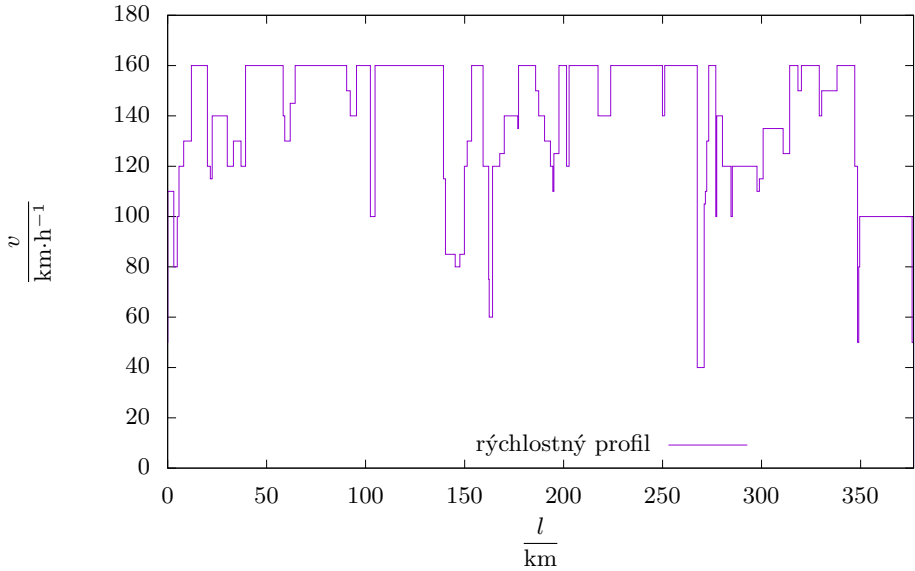
$$\begin{aligned} E &= E_{k2} - E_{k1}, \\ E &= \frac{1}{2} m_r v_2^2 - \frac{1}{2} m_r v_1^2, \\ E &= \frac{1}{2} m_r (v_2^2 - v_1^2), \end{aligned}$$

ktorú spočítame pre jednotlivé rýchlostné skoky, kde vlak zrýchľuje. Nás, ako vždy, zaujíma celková energia

$$\begin{aligned} E_{\text{vprof}} &= \frac{1}{2} m_r \sum_i v_{i2}^2 - v_{i1}^2, \\ E_{\text{vprof}} &= 4,20 \text{ GJ} = 1165 \text{ kWh}. \end{aligned}$$

<sup>5</sup>Ing. Pavel Krýže, Ph.D, SŽ s.o.: Nadmořské výšky železničních stanic a zastávek, dostupné na webe <https://provoz.spravazeleznic.cz/portal/Show.aspx?path=/Data/Mapy/nadm.pdf>

<sup>6</sup>SŽ s.o.: TTP 525A, 501A, 309A, 309E, 305B, 301F



Obr. 1: Grafické znázornenie rýchlostného profilu  $v$  trate staničného od Prahy hl.n., bez zastavení vlaku v staniách

V tomto výpočte nie je zahrnuté zastavovanie v staniách, Opavan zastavuje v staniách uvedených v tab. 3.<sup>7</sup> Postupujeme rovnako ako v predchádzajúcom prípade pričom  $v_1 = 0$  a  $v_2 = v_{zst}$ . V tomto prípade potrebujeme na rozbehy  $E_{zst} = 816 \text{ MJ} = 227 \text{ kWh}$ .

Tab. 3: Zástavky IC Opavan spolu s rýchlosťou  $v_{zst}$ , na ktorú sa zo stanice rozbieha

| ŽST                      | $\frac{v_{zst}}{\text{km/h}}$ |
|--------------------------|-------------------------------|
| Praha hlavní nádraží     | 50                            |
| Pardubice hlavní nádraží | 100                           |
| Olomouc hlavní nádraží   | 140                           |
| Ostrava-Svinov           | 50                            |
| Háj ve Slezsku +         | 100                           |
| Opava východ             | -                             |

### Odpor vzduchu

Vlak sa nepohybuje vo vákuu a pôsobí naň odpor vzduchu. Odpor vzduchu vypočítame pomocou rýchlostného profilu podľa vzťahu  $F_d = \rho_{vzd} v^2 C_x S_{DV}$ , kde  $C_x$  a  $S_{DV}$  sme si stanovili v úvodnej

<sup>7</sup>SŽ s.o.: TTP 525A, 501A, 309A, 309E, 305B, 301F

části, hustota vzduchu  $\rho_{vzd} = 1,29 \text{ km} \cdot \text{m}^{-3}$  a  $v$  je rychlost vlaku. Energiu vypočítame ako  $E_d = F_d l$ ,<sup>8</sup> kde  $l$  je dĺžka, na ktorej pôsobí daná sila, v našom prípade úsek s rovnakou rýchlosťou. Celkovú energiu vypočítame ako

$$E_d = \sum_i \rho_{vzd} v_i^2 C_x S_{DV} l_i,$$

$$E_d = \rho_{vzd} C_x S_{DV} \sum_i v_i^2 l_i,$$

$$E_d = 4,12 \text{ GJ} = 1146 \text{ kWh}.$$

### Vozidlový odpor

Odpor pochádza aj od kolies samotných a všetkých pohyblivých častí podvozku, uvažujeme oporovú silu  $F_v = m_o g (1,35 + 0,0008v + 0,00033v^2)$ .<sup>9</sup> Potom celová energia potrebná na prekonanie tejto sily je  $E_r = F_v l$ , kde  $l$  je celková vzdialenosť, po dosadení dostávame  $E_r = 835 \text{ kWh}$ .

### Rekuperácia

Rekuperácia alebo návrat spätného prúdu pri brzdení je v sieti SŽ dovoľená na celej trati z Prahy do Ostravy, avšak v úseku Ostrava-Svinov - Opava je zakázaná. Rekuperácia sa používa pri brzdení alebo pri jazde z kopca, kde vlak namiesto klasického brzdenia „brzdí motormi“, ktoré sa správajú ako generátory a dodávajú prúd naspäť do siete, a ten používajú iné vlaky. Siet SŽDC momentálne neumožňuje návrat prúdu do rozvodnej siete. Zároveň pre rekuperáciu platia prísne pravidlá, aby nedošlo k preťaženiu siete, prepáleniu trakčného vedenia, prip. prepätia v trakčnom vedení.

### Ďalšie „netrakčné“ odbery: klimatizácia, technológie potrebné pre jazdu, el. zásuvky a pod.

Klimatizácia vo vozňoch je tvorená zväčša dvoma jednotkami o jednotkovom príkone  $P \doteq 15 \text{ kW}$ .<sup>10</sup> Celkovo pre 7 vozňov je to 14 klimatizačných jednotiek o celkovom príkone  $P_{cl} \doteq 210 \text{ kW}$ , čo za jazdu spotrebuje  $E_{cl} \doteq 666 \text{ kWh}$ .

V chladnejšom období roka vozeň naopak treba vykurovať, k tomu uvažujeme na vozeň jednu jednotku o výkone  $P = 40 \text{ kW}$ . Čo je rádovo porovnateľné s príkonom klimatizácie.

Vagón má aj osvetlenie a ďalšie systémy, celkový príkon týchto zariadení odhadneme na  $P \doteq 1 \text{ kW}$  na vozeň, celkovo dostávame za jazdu pre 7 vozňov  $E_{os} \doteq 25 \text{ kWh}$ .

Ďalším odberom sú aj elektrické zásuvky, ktoré používajú ľudia. Odhadnime priemerný výkon  $P_1 = 15 \text{ W}$ , pri počte 393 cestujúcich je to celkovo  $P_{el} = 5895 \text{ W}$ , čo odpovedá spotrebovanej energii  $E_{el} = 22 \text{ kWh}$ .

Pomocné systémy má aj lokomotíva, medzi ne patrí napr. pneumatický hlavný a pomocný kompresor o jednotkovom príkone  $P \doteq 13 \text{ kW}$ . Celkový príkon týchto systémov môžeme odhadnúť  $P \doteq 100 \text{ kW}$ , čo je odhadom  $E_{hdv} \doteq 371 \text{ kWh}$ .

<sup>8</sup>Predpokladáme  $l \gg l_v$ .

<sup>9</sup>VAGONY.CZ: tab. 2: rovnice měrného vozidlového odporu <https://www.vagony.cz/vagony/energie.html>

<sup>10</sup>Techklima s.r.o.: skklimy2.crd, dostupné na webe <http://www.techklima.sk/wp-content/uploads/a4sk.pdf>

*Celková energia*

Výkony môžeme rozdeliť na „trakčné“, vykonávané motormi, a „netrakčné“, pomocné systémy a pod..

Výkony trakčné sú v našom prípade zastupované energiami v tab.4. Menovitý výkon lokomotívy rady 151 je  $P_{151} = 4000 \text{ kW}$ , nami vypočítaná energia odpovedá priemernému výkonu  $P_t = E_t/t$ , dostávame  $P_t = 1021 \text{ kW}$ , čo je o veľa menej ako maximálny výkon lokomotívy.

„Netrakčné“ energie dosahujú hodnoty  $E_{nt} = 1081 \text{ kWh}$ , z čoho dostávame celkovú potrebnú energiu  $E_c = E_{nt} + E_t = 4873 \text{ kWh}$ .

Tab. 4: „Trakčné“ energie podľa typu a ich menovité hodnoty

| Názov                  | označenie          | $\frac{E}{\text{kWh}}$ |
|------------------------|--------------------|------------------------|
| Prevýšenie             | $E_{\text{prev}}$  | 464                    |
| Zmena rýchlosti        | $E_{\text{vprof}}$ | 1165                   |
| Zastavenia v stanicich | $E_{\text{zst}}$   | 227                    |
| Odpor vzduchu          | $E_d$              | 1146                   |
| Vozidlový odpor        | $E_r$              | 835                    |
| Spolu                  | $E_t$              | 3838                   |

*Účinnosť*

Posledné nad čím sa treba zamyslieť je účinnosť. Samotné motory v dnešných podmienkach majú účinnosť väčšiu ako 90 %, lokomotíva rady 151 je generačne staršia a dá sa predpokladať, že účinnosť sa môže pohybovať okolo 80 %.

Odporová regulácia, ktorá je používa v rade 151, generuje veľké množstvo tepla a stratového výkonu, odporníky sú umiestnené na streche a sú chladené vzduchom, ktorý na ne fúkajú veľké ventilátory. Hrubý pomer odporu odporníka voči odporu motoru je 1:2, teda účinnosť je rádovo na úrovni 66%.

Medzi ďalšie straty môžeme započítať hlavne prechodové odpory na zberači. Odhad účinnosti prenosu výkonu z trakčného vedenia na nápravu je približne 50 %.

Existuje množstvo ďalších faktorov, ktoré nie sú započítané, napríklad, prevádzkové zastavenia, reálne zrýchľovanie/brzdzenie alebo zvýšený odpor v oblúkoch. Zároveň sa jednotlivé jazdy môžu od seba líšiť, či už technikou jazdy rušňovodiča, ale napríklad aj vlakmi pred/za týmto vlakom a tým ovplyvnené napätie v TV a pod.

*Záver*

Přibližná spotrebovaná energia, ktorú IC Opavan potrebuje je 7 MWh.

*Michal Červeňák*  
miso@fykos.cz

---

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.  
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.