

Úloha V.E ... mizící CD

12 bodů; průměr 10,15; řešilo 46 studentů

Pomocí difrakce na mřížce určete hustotu zápisu dat na CD. Zkuste porovnat výsledky s DVD.
Káťa má doma ještě stále spoustu CDček. Pepa jí to závidí.

Teorie

Jistě jste již někdy slyšeli, že světlo je elektromagnetické záření a že se tedy chová jako vlna. Jedním z důsledků tohoto vlnového chování je jev zvaný difrakce.

Mějme koherentní zdroj světla, v našem případě laser, a posvitme jím na tzv. optickou mřížku – tenkou folii, obsahující periodicky se opakující vrypy, umožňující světlu snáze projít skrz. Většina záření projde skrz beze změny směru, ale část se vlivem difrakce vychýlí a kvůli interferenci vytvoří na stínítku interferenční obrazec. Měli bychom vidět lichý počet světelných teček, odborně nazývaných maxima, v přísmce, kde prostřední tečka (hlavní maximum) je nejjasnější – odpovídá průchodu světla bez interference. Symetricky vůči tomuto středu vidíme další maxima.

Jejich polohu vypočteme s pomocí vzorce¹

$$\sin \theta_k = \frac{k\lambda}{b},$$

kde θ_k je úhel odchýlení k -tého maxima od směru hlavního maxima, λ je vlnová délka světla a b je tzv. mřížková konstanta udávající vzájemnou vzdálenost vrypů.² Jelikož sinus libovolného úhlu bude vždy menší nebo roven jedné, nemůžeme k volit libovolně velké – dostaneme tedy konečný počet maxim.

Jelikož přímo nebudeme měřit úhel θ_k , ale vzdálenost k -tého maxima od hlavního maxima, vypočítáme tento úhel z měřených vzdáleností jako

$$\theta_k = \arctg \frac{d_k}{L},$$

kde d_k je vzdálenost k -tého maxima od hlavního maxima a L je vzdálenost stínítka od difrakční mřížky. Po dosazení dostaneme složenou funkci $\sin(\arctg(x))$. Obecně, pokud skládáme nějakou goniometrickou funkci s nějakou inverzní goniometrickou funkcí, jde tento zápis zjednodušit. V našem případě lze odvodit následující vztah

$$\sin x = \operatorname{tg} x \cos x = \frac{\operatorname{tg} x}{\frac{1}{\cos x}} = \frac{\operatorname{tg} x}{\sqrt{\frac{1}{\cos^2 x}}} = \frac{\operatorname{tg} x}{\sqrt{\frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\cos^2 x}}} = \frac{\operatorname{tg} x}{\sqrt{\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} + 1}} = \frac{\operatorname{tg} x}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 x + 1}}.$$

¹Tento vzorec platí, pouze pokud dopadá paprsek laseru kolmo na difrakční mřížku

²Pro představu, typická velikost b u optické mřížky jsou jednotky mikrometrů.

Dosazením tohoto vztahu se dostaneme ke konečné podobě vzorce, který použijeme k výpočtu b

$$\begin{aligned}\sin \operatorname{arctg} \frac{d_k}{L} &= \frac{k\lambda}{b}, \\ \frac{\frac{d_k}{L}}{\sqrt{\left(\frac{d_k}{L}\right)^2 + 1}} &= \frac{k\lambda}{b}, \\ b &= k\lambda \sqrt{1 + \left(\frac{L}{d_k}\right)^2}.\end{aligned}$$

Nakonec ještě něco málo k tomu, proč se CD a DVD chovají jako difrakční mřížky. Na povrchu CD a DVD se pod ochrannou vrstvou nachází pravidelně uspořádané nerovnosti, ze kterých po přechodu optickou mechanikou počítač zrekonstruuje uložená data. A právě díky těmto pravidelným nerovnostem se CD i DVD chová jako optická mřížka a je tedy možné zjistit rozměr těchto nerovností, tedy hustotu zápisu informace.

Průběh měření

Nejprve jsme se pokusili oddělit od obou disků průhlednou ochrannou část nesoucí informaci. Jelikož se nám to v případě CD nepodařilo, museli jsme zvolit dva různé postupy měření.

Měření DVD U DVDčka, u kterého se nám povedlo průhlednou část oddělit, jsme postupovali následovně. DVD jsme přilepili ke hraně stolu a na plochu stolu jsme položili laserové ukazovátka. To svítilo zeleným světlem přibližně o vlnové délce 532 nm. Jelikož nesvítilo přímo rovně, bylo třeba ho pomocí izolepy důkladně přilepit, aby svítilo pořád do jednoho místa. Jako stínítko jsme použili $(78,5 \pm 0,5)$ cm vzdálenou skříň. Když jsme na ni posvítili, viděli jsme interferenční obrazec popsáný v teoretické části. Celkem byla vidět 3 maxima, ale pouze dvě se vešla na skříň. Bylo třeba, aby laser svítil kolmo na plochu DVD. To jsme zajistili tak, že jsme laser připevnili ke kovovému průduchu na stole, což mělo zajistit pro naše potřeby dostatečnou kolmost.

Po rozsvícení laseru jsme označili polohu vedlejšího maxima tužkou a otočili DVD, abychom nesvítily pořád na stejné místo. Takto jsme postupovali celkem desetkrát. Jelikož jsme si laserové ukazovátka dobře upevnili, stačilo hlavní maximum zakreslit pouze jednou, protože se pokaždé nacházelo na stejném místě. Nakonec jsme pomocí metru změřili vzdálenost mezi vedlejšími maximy a bodem, kde se nacházelo hlavní maximum.

Měření CD Jelikož se nám u CD nepovedlo oddělit ochrannou vrstvu, museli jsme zvolit jiný postup. Laser jsme připevnili vertikálně tak, aby svítil co nejvíce kolmo na CD položené na povrchu stolu. Opět spoléháme na to, že geometrie nábytku zajistí dostatečnou kolmost. Svazek na povrchu CD difraktuje, odrazí se a vytvoří interferenční obrazec na policiče nacházející se $(99,0 \pm 0,5)$ cm nad CD. Jelikož má CD menší hustotu zápisu, bylo interferenčních maxim celkem 5 a byla k sobě blíže.

Během měření jsme postupovali podobně jako u DVD. Při každém měření jsme si tužkou zaznamenali polohu prvního a druhého maxima a otočili CD. Takto jsme postupovali pětkrát – provedli jsme tedy deset měření. Opět jsme počítali s tím, že se poloha hlavního maxima nemění. Vzdálenost vedlejších maxim od hlavního maxima jsme opět měřili metrem.

Naměřená data

Laserové ukazovátka vytvářelo rozbíhavý svazek, který měl při dopadu na stínítko přibližně 0,5 cm v průměru, proto jsou vzdálenosti d_k udávány s touto přesností. Zároveň si nemůžeme být jisti, s jakou přesností je určena vlnová délka laseru. Na základě údajů od výrobce ³ odhadneme absolutní odchylku jako $\Delta\lambda = 10$ nm.

Hodnoty pro DVD Naměřená data jsme zapsali do tabulky 1.

Tab. 1: Změřené vzdálenosti 1. maxima d_1 u interference na DVD.

| N | $\frac{d_1}{\text{cm}}$ |
|----|-------------------------|
| 1 | 82,0 |
| 2 | 81,0 |
| 3 | 81,5 |
| 4 | 83,0 |
| 5 | 83,0 |
| 6 | 81,0 |
| 7 | 81,0 |
| 8 | 81,5 |
| 9 | 78,0 |
| 10 | 77,5 |

Po výpočtu střední hodnoty a standardní odchylky zjistíme vzdálenost $d_1 = (81,0 \pm 1,8)$ cm. Hodnotu mřížkové konstanty pro DVD a její absolutní odchylku spočteme pomocí vzorce z konce teoretické části.

$$b_{\text{DVD}} = k\lambda \sqrt{1 + \left(\frac{L}{d_k}\right)^2},$$

$$\Delta b_{\text{DVD}} = \sqrt{\left(\frac{\partial b_{\text{DVD}}}{\partial \lambda}\right)^2 \cdot \Delta\lambda^2 + \left(\frac{\partial b_{\text{DVD}}}{\partial d_1}\right)^2 \cdot \Delta d_1^2 + \left(\frac{\partial b_{\text{DVD}}}{\partial L}\right)^2 \cdot \Delta L^2} =$$

$$= \sqrt{k^2 \left(1 + \left(\frac{L}{d_k}\right)^2\right) \Delta\lambda^2 + \frac{(k\lambda)^2 L^4}{1 + \left(\frac{L}{d_1}\right)^2} \frac{1}{d_1^6} \cdot \Delta d_1^2 + \frac{(k\lambda)^2 L^2}{1 + \left(\frac{L}{d_1}\right)^2} \frac{1}{d_1^4} \cdot \Delta L^2},$$

$$b_{\text{DVD}} = (741 \pm 16) \text{ nm}.$$

Hodnoty pro CD Zde jsou hodnoty z druhého měření zanesené do tabulky 2. Z naměřených dat stejným způsobem získáme

$$d_1 = (38,5 \pm 0,4) \text{ cm},$$

$$d_2 = (106,2 \pm 0,8) \text{ cm}.$$

³https://www.avetech.cz/data/original/vario/7F31EC60-D261-4801-B59E-DCFD9A32FD1E_DB5CA8C0-F923-4E38-8E7A-DCDDFAE936A8.pdf

Tab. 2: Změřené vzdálenosti 1. maxima d_1 a 2. maxima d_2 u interference na CD.

| N | $\frac{d_1}{\text{cm}}$ | $\frac{d_2}{\text{cm}}$ |
|---|-------------------------|-------------------------|
| 1 | 38,5 | 106,5 |
| 2 | 38,5 | 107,0 |
| 3 | 39,0 | 106,0 |
| 4 | 38,5 | 106,5 |
| 5 | 38,0 | 105,5 |

Tyto hodnoty dosadíme do vzorců výše, čímž získáme mřížkovou konstantu podle prvního měření b_{CD1} a mřížkovou konstantu podle druhého měření b_{CD2} .

$$b_{\text{CD1}} = (1\,468 \pm 31) \text{ nm},$$

$$b_{\text{CD2}} = (1\,455 \pm 28) \text{ nm}.$$

Poznamenejme, že podle teorie by obě hodnoty měly vyjít stejně, protože mřížková konstanta samozřejmě nezávisí na řádu maxima.

Diskuse

Podle zdrojů na internetu⁴ je hustota zápisu na DVD $b_{\text{DVD}} \doteq 740 \text{ nm}$ a hustota zápisu na CD $b_{\text{CD}} \doteq 1\,600 \text{ nm}$. V prvním případě spadá naměřená hodnota do chybového intervalu. V druhém sice nikoliv, ale rozdíl není příliš velký. I přesto jsme měřili s relativně nízkou chybou. Vysvětlením může být fakt, že existuje více typů CD nosičů: CD-ROM, CD-R, Audio CD, ... a každý z nich může mít trochu jinou hodnotu hustoty zápisu. Jedná se ale stále o stejnou technologii, takže lze čekat, že se tyto hodnoty nebudou řádově příliš lišit.

Zároveň stojí za zmínění, že jsme změřili hustotu kružnicových stop, do kterých jsou vrypy uspořádány. Hustota zápisu podél těchto stop je ještě vyšší a produkovala maxima, tentokrát jsou v kolmém směru vůči první sadě. Ta však byla daleko od sebe a nemohli jsme je proto naměřit.

Největším zdrojem chyby byla naše neschopnost přesně určit vlnovou délku laseru, což bychom vyřešili použitím lepšího např. laboratorního laseru. Dalším zdrojem chyby je naše neschopnost přesně stanovit polohu interferenčních maxim. Maxima totiž nebyly jednoznačné body, ale skvrny o velikosti 0,5 cm. Tento problém bychom mohli vyřešit použitím laseru s lépe připraveným svazkem.

Závěr

Změřili jsme mřížkovou konstantu příčného zápisu na DVD jako $b_{\text{DVD}} = (741 \pm 16) \text{ nm}$. Hodnota pro CD nosič byla změřena zvlášť pro první a druhé maximum jako $b_{\text{CD1}} = (1\,468 \pm 31) \text{ nm}$

⁴https://www.nnin.org/sites/default/files/files/Karen_rama_TG_part2_0.pdf

a $b_{\text{CD2}} = (1\,455 \pm 28)$ nm.

Jan Benda
honzab@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.