



Zadání 4. série

Termín odeslání: 26. únor 1996



Úloha IV . 1 ... *Pozor, přímý přenos!*

Ve velké newyorské koncertní síni Carnegie Hall sedí malý český človíček Honzíček, na programu je Beethovenova sedmá symfonie. Ne každý milovník vážné hudby z naší zemičky má na to, aby slyšel takovýto koncert na vlastní uši, a tak jiný malý český človíček Pepíček (mimochodem blízký přítel našeho hrdiny) sedí hezky doma v Praze na Vinohradech ve svém křesílku s ouškem přitisknutým na rozhlasovém přijímači. Do jaké řady má Honzíček koupený lístek, víte-li, že spolu se svým přítelem Pepíčkem slyší tóny Sedmé ve stejný okamžik?

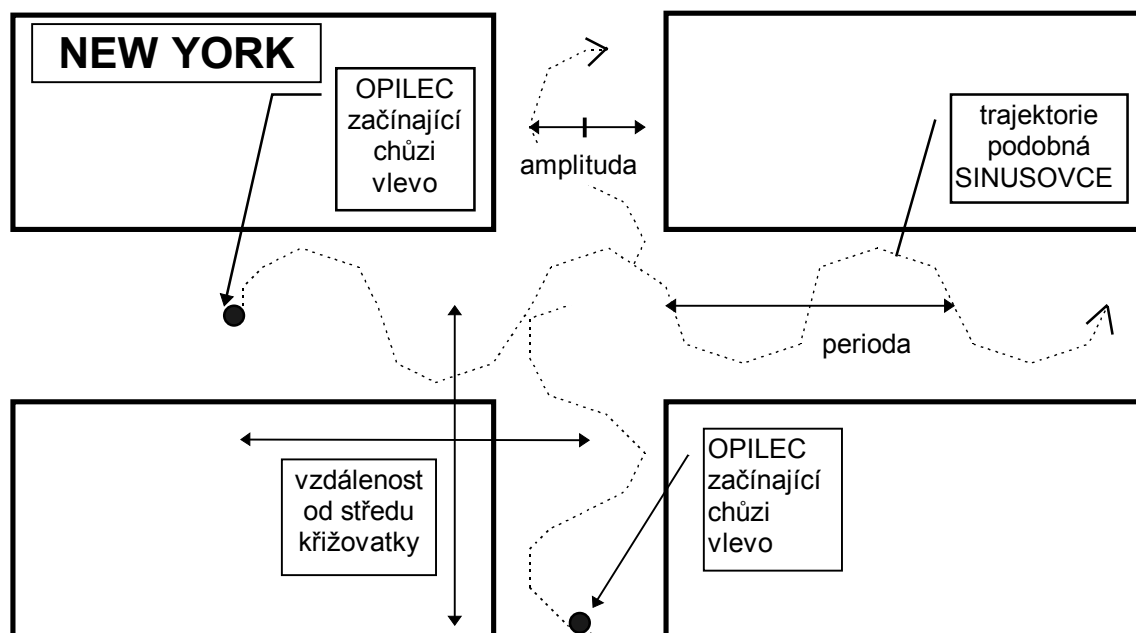
Pozn.: Pokud postrádáte některé údaje, tak si je vyhledejte; jestli něco nemůžete skutečně zjistit, např. vzdálenost řad v C. Hall, tak si to odhadněte, jsme přece fyzici, ne?

Úloha IV . 2 ... *opilci v New Yorku*

Dva kamarádi se po dlouhém nočním tahu ztratili kdesi ve spleti newyorských *streets* a *avenues*. Jak to odpovídá jejich stavu, procházejí ulice po křivce velmi blízké sinusovce s amplitudou $A = 5$ m a periodou $T = 12,6$ m. Udržují konstantní rychlost potáčení $v = 1$ m/s (ve směru osy ulice). Shodou okolností se v jeden okamžik ocitnou oba ve vzdálenosti $l = 27$ m od těže křižovatky, každý však uprostřed jiné ulice (viz obr. 1), přičemž oba směřují doleva od směru k průsečíku obou ulic. Určete, v jaké nejmenší vzájemné vzdálenosti se během průchodu křižovatkou ocitnou, předpokládáte-li, že oba směřují stále týmž směrem a jeden druhého si nevšímají.

Cílem této úlohy je, abyste se naučili pracovat se souřadnicemi, takže řešení nemusí být v obecném tvaru, můžete klidně zaokrouhlovat. Výsledky obdržené numericky budou posuzovány rovnocenně analytickému či grafickému řešení.

Obr. A



Úloha IV . 3 ... stvoření hvězd

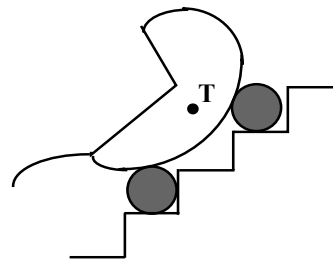
Podle jedné z teorií vznikají hvězdy z oblaků mezihvězdné látky (kosmického prachu) smršťováním pod vlivem gravitačních sil. Určete dobu, za jakou se může zformovat hvězda z obrovského kulového oblaku kosmického prachu o hustotě $\rho = 2 \cdot 10^{-17} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$. Můžete předpokládat, že se během smršťování částičky hmoty nepředbíhají a na začátku smršťování měly nulové rychlosti (oblak nijak nerotoval, nebyly v něm víry apod.). Zanedbejte také rozměry vzniknuvší hvězdy vůči počáteční velikosti oblaku.

Úloha IV . 4 ... drama na schodech

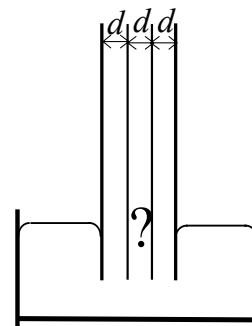
Starostlivá maminka se chystá se svým malým drobečkem na procházku do parku. Vytlačí kočárek ze dveří, zamkne je a teď už na ni čeká jen malá překážka – schody. Postupně zdolává první patro, druhé patro a stále se ne a ne objevit někdo, kdo by jí pomohl. Najednou si ale vzpomene, že nahoře zapoměla láhev se sunarem. Co kdyby se snad její mazlíček na procházce unavil a dostal hlad? Nechá tedy kočárek kočárkem a běží zpět nahoru.

Odemkne dveře, jde do kuchyně, vezme láhev a vtom jí přeběhne mráz po zádech, vyrazí studený pot na čele, znovu jí přeběhne mráz po zádech a teprve potom si uvědomí proč. Vždyť nechala stát kočárek jen tak na schodech! (Řešitelé bez představivosti necht' si prohlédnou přiložený obr. 2, kde T značí těžiště.) Hružou nepřičetná běží zachránit, co se dá.

Na vás zbývá dokončit tento příběh, co myslíte, kde nalezne kočárek se svým děťátkem?

Obr. B**Úloha IV . 5 ... hrátky se rtutí**

Mějme dvě tenounké trubičky, jednu o průměru d , druhou o průměru $3d$, přičemž menší z nich je souose vsunuta do větší (opačně by to nejspíše nešlo). Tuto soustavu ponoříme jedním koncem do misky se rtutí, jak je to vidět na obr. 3. V jaké výšce se ustálí hladina rtuti uvnitř tenčí kapiláry a v mezeře mezi oběma kapilárami vzhledem k hladině v misce?

Obr. C**Úloha IV . 6 ... At' žije sníh!**

Je zima, blíží se jarní prázdniny, a jistě každý z vás se chystá do hor lyžovat, čehož jsme se rozhodli zneužít, a tak vám zadáváme následující úlohu:

Změřte koeficient tření lyžaře na sněhu. K dispozici máte cokoliv, zejména tedy toho lyžaře, lyže (kdo provede měření pro porovnání zvlášť na běžkách a zvlášť na sjezdovkách, bude mít plus), sjezdovku (fyzikálně řečeno nakloněnou rovinu), měřič času (normálně řečeno stopky) a jiné věci, co vás napadnou a co byste mohli upotřebit. Pokud byste se chtěli vymlouvat, že letos již lyžovat nebudete, není problém tuto úlohu změřit i na rovině. Je jisté, že i ve vaší vesnici (městě, nebo v čem jiném bydlíte) bude alespoň jeden den sníh.

Pozn.: Nezapomeňte, že navoskované lyže na sněhu je krásný případ systému, kde koeficient tření závisí na rychlosti a možná i na povrchu styčné plochy, což můžete ověřit jízdou po jedné lyži. Bohužel však vzhledem k odporu vzduchu a dalším rušivým vlivům budou asi tyto efekty špatně měřitelné (ve vyšší rychlosti sice trochu klesne koeficient tření, zato značně vzroste odpor vzduchu).



Řešení 2. série

Úloha II . 1 ... *Nezbedova Nezbedka* (maximum počtu bodů 4, řešilo 181 studentů)

Jakkoli se to zdá nepravděpodobné, loďka může plout vpřed i vzad, takže kdokoli z vás vyslovil alespoň nějaký názor, který dokázal zdůvodnit, měl šanci na pár bodů.

Téměř nikdo se nezamyslel nad tím, kde se vzduch vlastně bere. Předpokládejme tedy, že je nasáván zeshora, nebo rovnoměrně z obou boků, zkrátka, že nasávání pohyb neovlivní. Fukar vyše vzduch s hybností p a sám získá hybnost $-p$ (kladný směr k přidi). No a co se děje dál. Vzduch narazí do plachty a *odrazí se* od ní (jinak by se tam hromadil, což vzduch nedělá). Tím se jeho hybnost změní v ideálním případě, kdy se odrazí přesně dozadu z p na $-p$, tedy o $-2p$. Loďka tedy od plachty získá $2p$ a jede **vpřed**. Pokud ale plachta nebude 100%-ně účinná (lze toho dosáhnout její menší plochou, větší vzdáleností od Fukaru, náklonem, prodyšností apod.), bude předaná hybnost menší, a to až do extrémního případu, kdy plachtu odstraníme úplně. Pak bude výsledná hybnost loďky $-p$ a Nezbedka **couvá**.

Mezi těmito dvěma extrémy leží i nulová hodnota, kdy se 50% vzduchu odrazí a 50% vzduchu kolem plachty jen projde (nebo se všechen vzduch na plachtě rozptýlí do boku). Pak Nezbedka **stojí**. Odmyslíme-li si různost odporové síly při pohybu vpřed a vzad, může jet Nezbedka v principu stejně rychle dopředu jako dozadu, ačkoli jistě cítíme, že účinnost plachty jako odrážече vzduchu není vysoká.

Několik poznámek se vyskytlo ohledně momentů sil, které by měly Nezbedkou otáčet, případně dvojic sil, které by ji deformovaly, eventuelně roztrhly. Předpokládejme tedy, že všechny momenty vyrovná vztlak lodi a deformace není velká.

Shrnuto a podrženo: **Nezbedka za bezvětrí může plout vpřed i vzad.**

A nyní k zlepšovacím návrhům:

Většinu z vás napadlo Fukar otočit a sundat plachtu. To je skutečně asi nepřirozenější. Ale našly se i exotičtější nápady. Jedna, tuším že to byla dívka, rozdělila loď na dvě, na jedné byla plachta, na druhé fén. Jedna z lodí se vždy zakotvila, čímž se její hybnost „odvedla“ do dna, zatímco druhá část mohla plout. A jako zjednodušení dotyčná navrhla zřítit podle pravidelné trasy řadu bójí s Fukary.

Několik řešitelů se pokusilo dále zvýšit výkon tím, že by se vzduch foukal do vody. Nejsem si zcela jist, jestli to funguje.

Vírou v sílu Fukaru vynikl návrh založený na vhnění vzduchu pod kýl (vznášedlo).

Řada lidí obcházela bezvětrí (pokud vůbec) tím, že řekli, že vzduch je v klidu a voda teče. Mnozí radili ať se Nezbedka přitahuje za elektrickou přípojku (ač proud se dá získat např. ze solárních baterií nebo diesel agregátu) nebo ať vesluje či ať si koupí motor. To je sice hezké, ale jde o to, jak problém vyřešit, ne jak ho obejít.

A ještě jedna poznámka nakonec: Když jsem opravil všech asi 180 řešení (to je hodně, proto se nezlobte, je-li komentář k vaší úloze stručný nebo žádný), udělal jsem **pokus**. Udělal jsem ho ve chvíli, kdy mi to mohlo jen uškodit, ale dopadlo to dobře. Prkno zavěšené na metr dlouhé dvojici provázků, s ručním fénem (40 W, vzduch nasáván z boků) na „zádi“ a plachtou z překližky na „přidi“ se skutečně po zapnutí fénu do zásuvky vychýlilo asi o milimetr „vpřed“. Ač byla přesnost hodně malá, jsem na základě tohoto ochoten věřit, že je vše tak, jak jsem napsal.

Honza Mocek

Úloha II . 2 ... *jádro hélia* (maximum počtu bodů 5, řešilo 49 studentů)

Tritium má vazebnou energii:

$$E_T = (2m_n + m_p - m_T) \cdot c^2 = 1,277 \cdot 10^{-12} \text{ J},$$

helium ${}^3\text{He}$ ji má o něco nižší:

$$E_{\text{He}} = (2m_p + m_n - m_{\text{He}}) \cdot c^2 = 1,073 \cdot 10^{-12} \text{ J.}$$

Jelikož je silná interakce mezi nukleony stejná bez ohledu na to, zda se jedná o proton nebo neutron, musí být vazebná energie způsobená silnou interakcí u obou jader stejně velká. Námí nalezený rozdíl je způsoben pouze elektromagnetickým odpuzováním dvou protonů v jádře tritia, tedy hlavně elektrostatickou potenciální energií,

$$\Delta E = e^2 / (4\pi\epsilon_0 r).$$

Jednoduchou úpravou získáme výsledný vztah

$$r = e^2 / (4\pi\epsilon_0 c^2 (m_n - m_p + m_{\text{He}} - m_{\text{T}})) = 1,1 \cdot 10^{-15} \text{ m,}$$

což řádově odpovídá jiným pozorováním. Mnozí z vás neřešili úlohu fyzikální úvahou a výsledek získali použitím přibližně platného empirického vztahu pro poloměr jádra atomu:

$$R = R_0 \cdot \sqrt[3]{A},$$

kde $R_0 = 1,2 \cdot 10^{-15} \text{ m}$ a A je nukleonové číslo. Za toto řešení jsem ovšem nemohl dávat více než dva body, protože cílem úlohy bylo odhadnout poloměr jádra helia pouze ze znalosti hmotností příslušných částic.

Michal Fabinger

Úloha II. 3 ... válcovací stolice (maximum počtu bodů 5, řešilo 160 studentů)

Přestože tuto úlohu řešili téměř všichni, správných řešení bylo jako šafránu. Přitom se dalo vystačit s momentovou větou a vztahem pro elastickou sílu. Podívejme se na obr. 4, jak to mělo asi vypadat. Síly působící v soustavě jsou zřejmé z obrázku: F_1 a F_2 jsou síly, kterými deska působí na válce a síly N_1 a N_2 jsou reakce, kterými válce působí na desku. F_{t1} a F_{t2} jsou třecí síly vyvolané tlakem desky na válce a rotací válců. Platí rovnice

$$\mathbf{G} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 \quad (1)$$

a vztahy $\mathbf{F}_1 = -\mathbf{N}_1$, $\mathbf{F}_2 = -\mathbf{N}_2$, $F_{t1} = \mu F_1$, $F_{t2} = \mu F_2$.

Ve svislém směru se deska nemá důvod pohybovat, neboť síly v tomto směru jsou v rovnováze, ve směru vodorovném pak pohyb mohou způsobovat pouze třecí síly. Třecí síla závisí jen na koeficientu smykového tření a přítláčné síle, tuto zjistíme z již zmíněné momentové věty. Vzhledem k počátku souřadnic, který jsme si zvolili přesně uprostřed mezi válci, platí ve tvaru (M_1 je moment síly N_1 atd.)

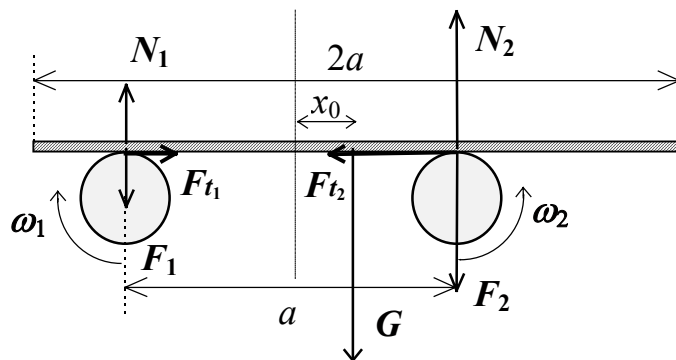
$$\mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2 + \mathbf{M}_G = \mathbf{0} \quad \Rightarrow \quad F_2 \frac{a}{2} - F_1 \frac{a}{2} = Gx \quad (2)$$

Vyřešíme-li soustavu rovnic (1) a (2) vzhledem k F_1 a F_2 a získané vztahy dosadíme do vzorců pro třecí síly, výsledná síla \mathbf{F} působící na desku nám vyjde ve tvaru

$$\mathbf{F} = F_{t1} - F_{t2} = -\frac{2\mu mg}{a} x \quad (3)$$

Vztah pro sílu má tvar $\mathbf{F} = -kx$, kterým je dána výše uvedená elastická síla. Deska se tedy bude chovat jako harmonický oscilátor kmitající s periodou

Obr. D



$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{a}{2\mu g}} \quad (4)$$

Toto řešení zcela stačilo na plný počet bodů. Devadesát procent chybných řešení spočívalo v názoru, že těleso se zastaví, jestliže na něj nepůsobí žádná síla. Proti tomuto aristotelovskému pojetí fyziky musíme důrazně protestovat! **První Newtonův zákon** jasně říká: **Těleso setrvává v klidu nebo v rovnoměrném přímočarém pohybu, pokud není působením vnějších sil nuceno tento stav změnit.** V okamžiku, kdy deska dorazí do rovnovážné polohy, což je právě uprostřed mezi válci, je síla nulová. Jenomže deska má nějakou nenulovou rychlost, kterou působením síly získala, ještě než do oné rovnovážné polohy došla. V rovnovážné poloze na desku síla nepůsobí, tudíž není důvod, aby nepokračovala dál do oblasti, kde síla opět začne působit.

Pro nevěřící a zájemce přidávám exaktní řešení rovnice (3). Dosadíme z druhého Newtonova zákona za sílu, zkrátíme hmotnost a $2\mu g/a$ označíme jako ω^2 . Dostaneme diferenciální rovnici druhého řádu ve tvaru

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0. \quad (5)$$

Řešení získáme početním trikem, který je účinný i na rovnice složitější, proto se vyplatí si jej zapamatovat. Celou rovnici vynásobíme výrazem $2 \frac{dx}{dt}$

$$2 \frac{dx}{dt} \frac{d^2x}{dt^2} + 2\omega^2 x \frac{dx}{dt} = 0. \quad (6)$$

Ti, kteří jsou zbláhli v derivování, na první nebo na druhý pohled vidí, že to je ekvivalentní zápisu

$$\frac{d}{dt} \left[\left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \omega^2 x^2 \right] = 0. \quad (7)$$

To znamená, že výraz v závorce je roven nějaké konstantě, kterou označme $C^2 \omega^2$:

$$\left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \omega^2 x^2 = C^2 \omega^2. \quad (8)$$

Toto je pouze rovnice prvního řádu, kterou můžeme řešit separací proměnných,

$$\omega dt = \frac{dx}{\sqrt{C^2 - x^2}}. \quad (9)$$

Integrací a následnou úpravou již dospějeme k obecnému řešení

$$\omega t + \varphi_0 = \arccos \frac{x}{C} \quad \Rightarrow \quad x = C \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (10)$$

přičemž z počátečních podmínek plyne $C = x_0, \varphi_0 = 0$.

Tohle řešení má však jeden háček. Platí totiž pouze za předpokladu, že deska před průchodem rovnovážnou polohou nedosáhne rychlosti rovné obvodové rychlosti válců. V okamžiku, kdy se tak stane, přestane totiž na jednom z válců působit třecí síla. Proč? Protože relativní rychlost válce a desky je nulová. To znamená, že deska již nebude dále urychlována, naopak třecí síla na druhém válci ji zpomalí, ale jen o maličko, neboť okamžitě začne opět působit třecí síla na prvním válci a jelikož deska ještě neprošla rovnovážnou polohou, je tato síla větší než síla na druhém válci, výslednice tedy desku urychlí zpět na hodnotu obvodové rychlosti válců. Třecí síla opět přestane působit atd., atd. Toto pokračuje po elementárních časových intervalech až do rovnovážné polohy, kam deska dospěje s rychlostí, jakou se otáčejí válce. Jakmile však deska projde rovnovážnou polohou, tak výslednice třecích sil již směřuje proti směru pohybu, a jak

víme, je dána vztahem $F = -kx$. Opět tedy máme před sebou harmonický oscilátor kmitající se stejnou periodou a rychlostí danou rovnicí

$$v = -\omega_1 R \sin \omega t \quad (11)$$

Co se změní, bude amplituda. Integrací předchozího totiž dostaneme závislost výchylky na čase

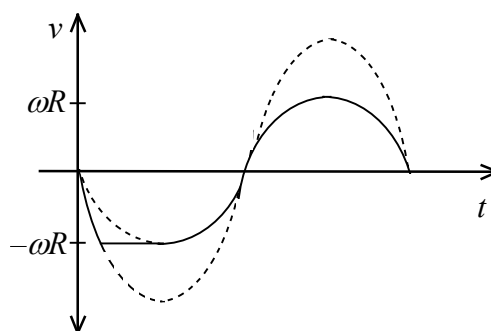
$$x = \frac{\omega_1 R}{\omega} \cos \omega t. \quad (12)$$

Graf závislosti rychlosti na čase je na obr. 5. Pak již není žádný problém, neboť deska dosáhne obvodové rychlosti válců jen v rovnovážné poloze, kde na ní stejně žádná síla nepůsobí. To je vše, co se týká háčku.

Pokud bychom se chtěli bavit o tlumení kmitů desky, pak dospějeme k tomu, že amplituda bude zmenšována jen důsledkem odporu vzduchu. Na rozdíl od klasických kmitajících věcí (závaží na pružině, matematické kyvadlo) je zde třecí síla silou kmitání způsobující a nikoli působící proti němu. Jestliže bychom válcovací stoličky umístili do vakua, deska by kmitala netlumeně, což například u pružiny nenastane, neboť část její mechanické energie se přeměňuje na energii vnitřní.

K případu *b)*: nejjednodušším a k získání bodů postačujícím přístupem bylo považovat tření za coulombické neboli suché, a tedy nezávislé na rychlosti. Pak je řešení identické s *a)*. Mnoho z vás se snažilo použít nějaký jiný model, kde tření na rychlosti záviselo. Bohužel pak nebyli schopni tento model propočítat ani dostačujícím způsobem odůvodnit. Takže pro příště: je lepší zvolit aproximaci, kterou umím spočítat, než trvat na přesnosti, jež mi stejně není nic platná, protože se nedopočítám k žádnému rozumnému výsledku.

Obr. E



Lubomír Zrnečko

Úloha II . 4 ... *elektrická krychle* (maximum počtu bodů 4, řešilo 97 studentů)

Vezměme si obecný vztah pro výpočet intenzity elektrického pole, který zní

$$E(\mathbf{r}_0) = k\rho \int_V \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|^3} d^3 r, \text{ kde integrujeme přes celý objem } V \text{ tělesa.}$$

Nyní tento vztah aplikujeme na krychli o straně a (počátek souřadnic zvolíme v bodě **A**) a hledáme intenzitu v bodě **A**.

$$E(A) = k\rho \int_0^a \int_0^a \int_0^a \frac{x + y + z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} dx dy dz,$$

Tento integrál bychom mohli vyřešit, ale bohužel je analyticky nevyjádřitelný. Takže se uchýlíme k numerickému řešení, abychom pro různá a získali odhad, že intenzita je závislá na hraně krychle lineárně, což nyní pravděpodobně dokážeme (i když v matematice by tento důkaz asi neprošel, fyzikům stačí). Přes co se vlastně integruje? Přes nekonečně malé krychličky o hraně $dx = dy = dz$, jejichž střed má polohový vektor (x,y,z) . Co když se hrana zmenší na polovičku? Pak se zmenší i (x,y,z) na polovičku, ale také dx, dy a dz na polovičku. Čili budeme moci psát

$$E'(A) = k\rho \int_0^a \int_0^a \int_0^a \frac{\frac{x}{2} + \frac{y}{2} + \frac{z}{2}}{\left(\left(\frac{x}{2}\right)^2 + \left(\frac{y}{2}\right)^2 + \left(\frac{z}{2}\right)^2\right)^{3/2}} \frac{dx}{2} \frac{dy}{2} \frac{dz}{2} = \frac{1}{2} E(A),$$

Dle principu superpozice intenzita vykousnutého tělesa bude

$$E'' \square = E - E' \square = \frac{1}{2} E.$$

Jak se vám to líbí? Nerozumíte tomu? Tak já vám ukázu hezčí řešení.

Tako jako lze s hmotností tělesa počítat, jako by byla celá v těžišti, nahradíme rovnoměrně rozložený náboj v krychli bodovým, taktéž umístěným v těžišti. Čili v bodě A bude intenzita (pro krychli o hraně a) rovna

$$E(A) = \frac{kQ}{\left(a \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{4}{3} k\rho a, \text{ neboť } Q = \rho V = \rho a^3.$$

Pro krychli o poloviční hraně, tj. $a/2$, pak po dosazení do téhož vzorce vyjde

$$E' = \frac{4}{3} k\rho \frac{a}{2}, \text{ tzn. } \frac{E'}{E} = \frac{1}{2}.$$

Dle principu superpozice intenzita našeho vykousnutého tělesa bude

$$E'' \square = E - E' \square = \frac{1}{2} E.$$

Hezké? TAK TO TEDY NE!!! Úvaha o tom, že lze rovnoměrně rozložený náboj v krychli nahradit bodovým v jejím těžišti, je naprosto chybná, což si přibližně $1/3$ řešitelů neuvědomila a vesele s tím počítala. Pokud tutéž úvahu navíc použili i na to vykousnuté těleso, jemuž pracně vypočetali polohu těžiště, dočkali se překvapivého (tzn. špatného) výsledku. To, že to nelze ani pro speciální případ, kdy intenzitu měříme ve vrcholu krychle, mi však trvalo dokázat více než 10 hodin za pomoci celkem výkonné počítačové techniky. Že to nejde obecně, je celkem jasné z toho, že máme-li bodový zdroj elektrického pole, pak se okolo utvoří radiální elektrické pole, tj. takové, jehož ekvipotenciální plochy jsou koule. No jo, ale okolo krychle se takové pole vytvoří asi těžko, to je snad každému jasné (kdo tomu nevěří, ať si to zintegruje – viz dále).

Takže tohle řešení by se vám asi taky líbit nemělo. Tak já vám to, které se mi líbilo nejvíce, ukážu. Předem ale ještě povím, co je to ten tajemný **princip superpozice**. Tak jako můžeme skládat síly, můžeme skládat i intenzity (v jednom bodě). Plyne to z definice intenzity, která zní $\mathbf{E} = \mathbf{F}_e / Q$. Když složíme síly \mathbf{F}_e a vynásobíme to reálným číslem $1/Q$, dostaneme i výsledné pole pro \mathbf{E} . Teď už tedy ke správnému a srozumitelnému řešení. Je to víceméně totéž, co jsem předvedl v úvodu, avšak lidsky řečené.

Rozdělme krychli na veliký počet stejně rozměrných krychlí a označme si vzdálenost každé z nich (jejich náboj bude $\rho V/N$, kde N je počet krychlí). Intenzita celé krychle bude díky principu superpozice

$$E = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^N \frac{\rho V / N}{r_i^2}$$

Nyní mějme krychli o poloviční hraně. Ta je stejnohlá podle bodu A s koeficientem $1/2$ s velkou krychlí. Tedy pokud budeme počítat intenzitu v tomto bodě, každé krychličky ve velké krychli je stejnohlavostí jednoznačně přiřazena jiná krychlička v

malé krychli, přičemž tato nová krychlička má poloviční velikost hrany (tzn. $1/8$ objemu) a zároveň je v poloviční vzdálenosti. Čili

$$E' = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^N \frac{\rho V / N}{(r_i/2)^2} = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^N \frac{4}{8} \frac{\rho V / N}{r_i^2} = \frac{1}{2} E$$

Dle principu superpozice intenzita vykoušeného tělesa bude

$$E'' = E - E' = \frac{1}{2} E.$$

Toto řešení je takřka ideální. Uznával jsem i mnohem méně přesně zapsané řešení (konkrétně ty limity tam neměl skoro nikdo, sumu leckdo obcházel pouze slovním vysvětlením rozdělení na nekonečně mnoho krychliček, z nichž pro každou platí, že se přiměřeně zmenší a přiblíží; jiní zase různě obcházeli stejnolehlost a podobně).

Ze správných řešení bych se pak ještě zmínil o úvaze, že bude určitě existovat nějaký bod, do kterého kdyby se zhustil všecek náboj, pak by intenzita v bodě **A** byla stejná, jako kdyby ten náboj byl rovnoměrně rozložen (nebude to střed, jak se mnoho lidí mylně domnívalo!). Vzdálenost tohoto bodu od vrcholu **A** bude zjevně lineárně závislá na velikosti hrany krychle, neboť ve vzorci $E = kQ/r^2$ náboj v krychli roste s třetí mocninou hrany, avšak druhá mocnina vzdálenosti klesá s druhou mocninou velikosti hrany krychle. Čili při poloviční hraně krychle bude intenzita poloviční; intenzita vykoušeného tělesa se opět dopočítá superpozicí.

Nyní bych se vrátil k otázce elektrického pole okolo krychle a shrnul své několikadenní výpočty. Vyjdu z integrálu napsaného na začátku řešení. Ten lze díky symetrii krychle zjednodušit na

$$E(A) = \sqrt{3}k\rho \int_0^a \int_0^a \int_0^a \frac{x}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} dx dy dz,$$

což lze rozepsat až na tvar (special thanks to DERIVE)

$$E(A) = \sqrt{3}k\rho \left(\frac{a \ln 2}{2} + 2a \ln(a\sqrt{\operatorname{sgn} a + 1}) - a \ln|a| - \int_0^a (\ln \sqrt{z^2 + 2a^2} + a) dz + a \left(\frac{x}{4} - 1 \right) \right)$$

kde zbylý integrál je analyticky neřešitelný (pro ty chudáky, co se to pokoušeli integrovat ručně). Lze dosadit např. $a = 1$ a dostaneme výsledek $E = 1,679.k\rho$, což zjevně nekoresponduje s vámi propagovanými $E = \frac{4}{3}.k\rho a$. Z těchto dosazení lze hezky získat hypotézu o lineární závislosti intenzity na velikosti hrany.

Můžeme však řešit úlohu i numericky. Není to ale tak jednoduché, neboť oblíbený prostředek FAMULUS na trojném integrálu zklame a ani program DERIVE nedokáže tento integrál vyřešit. Proto jsem spočítal alespoň potenciál ve vrcholu **A**, nad stěnou ve vzdálenosti stejné jako je vzdálenost **A** od středu (bod **B**), a pro srovnání udávám výsledek, který dostanete nahrazením rovnoměrně rozloženého náboje bodovým v těžišti, tzn. nahrazením pole okolo krychle radiálním polem (bod **C**) (všechny výsledky by se dle této chybné teorie měly rovnat):

$$\varphi(\mathbf{A}) = 4,759k\rho a/2$$

$$\varphi(\mathbf{B}) = 4,523k\rho a/2$$

$$\varphi(\mathbf{C}) = 4,618k\rho a/2$$

Vidíte, že zhuštění náboje do středu opravdu nefunguje.

Druhý výpočet se týkal rozparcelování krychle na dostatečně mnoho krychliček a výpočtu sumy intenzit. Konkrétně jsem napsal program v Pascalu pro $N = 100^3$ a vyšly výsledky asi takové, že pro dostatečně vzdálené body od krychle lze již nahradit pole

radiálním, avšak pro bod A dělá odchylka od radiálního pole 20% a u bodu nad stěnou dokonce 35%.

David Stanovský



Úloha II . 5 ... Lomonosovův průvan (maximum počtu bodů 3, řešilo 146 studentů)

Označme nejprve některé veličiny podle obr. 6:

h – výškový rozdíl mezi body **A** a **D**.

p_A ... p_F , ρ_A ... ρ_F – tlaky a hustoty vzduchu v bodech **A** ... **F**

Ad a)

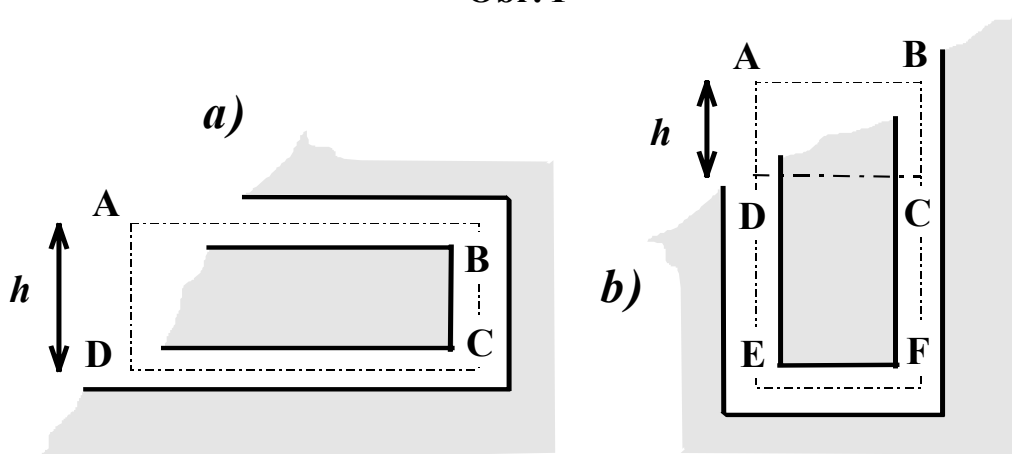
Porovnáme tlaky p_A, p_B, p_C, p_D v bodech **A, B, C, D**. Zřejmě platí

$$p_A = p_B \text{ a } p_D = p_A + h\rho_D g, p_C = p_B + h\rho_C g,$$

pokud hustota ve sloupci **AC** je stejná jako v bodě **D** a hustota v bodě **C** je stejná jako ve sloupci **BC**. Bude tedy platit $p_D > p_C$ pro $\rho_D > \rho_C$ a $p_D < p_C$ pro $\rho_D < \rho_C$. Ze stavové rovnice ideálního plynu vyjádříme hustotu; myslím, že všichni víme, že studenější vzduch má větší hustotu než vzduch teplý, neboli hustota vzduchu je nepřímo úměrná jeho teplotě,

$$\rho = \frac{pM}{RT}.$$

Obr. F



Teplota v dole je konstantní, a tak je v létě $T_C < T_D$, resp. v zimě naopak $T_C > T_D$. Proto je $\rho_C > \rho_D$, resp. $\rho_C < \rho_D$. Odtud dostáváme, že $p_C > p_D$, resp. $p_C < p_D$. V létě vzduch proudí z bodu C do bodu D, v zimě naopak je směr proudění DC.

Shrneme:

léto – směr proudění vzduchu je **A-B-C-D**,

zima – směr proudění vzduchu je **D-C-B-A**.

Ad b)

Odůvodnění pro druhý důl provedeme trochu jiným způsobem, slovní zdůvodnění není možná tak přehledné jako vzorečky, zato skrze něj můžeme věci více porozumět. Odpověď získáme srovnáním aerostatických tlaků daných sloupci vzduchu v bodech E, F dolu.

Celkový tlak v bodech z obrázku má tři komponenty:

tlak vzduchového sloupce nad horizontální úsečkou **AB**, který je stejný pro oba diskutované body **E**, **F**,

tlak sloupců **AD** a **BC**, tyto tlaky budou také stejné, pokud hustota vzduchu bude stejná v obou sloupcích,

tlak daný sloupci **DE** a **CF**.

Nyní předpokládejme, že teplota vzduchu v dole, která je konstantní, je nižší než okolní teplota v létě, resp. vyšší v zimě. Potom teplota vzduchu v létě ve sloupci **AD** bude větší a hustota vzduchu tak menší než ve sloupci **BC**, resp. v zimě pak máme hustotu vzduchu ve sloupci **AD** větší než je v protějším **BC**. Odtud dostáváme, že tlak tvořený sloupcem **BC** bude v létě větší než tlak daný sloupcem **AB**. Skutečně se pak rozdíl těchto tlaků projeví v bodech **E**, **F**, a tak určí proudění vzduchu, a to tak, že v létě bude vzduch proudit z bodu **F** do bodu **E** a v zimě naopak bude směr proudění **EF**.

V létě bude vzduch vstupovat do otvoru dolu ležícího ve vyšší výšce (bod **B**) a horníci u otvoru ležícího níže (bod **D**) budou ofukováni nezdravým důlním vzduchem. I v zimě na tom budou lépe horníci u otvoru **B**, protože je sice bude ofukovat nezdravý důlní vzduch, zato však o něco teplejší než třeskatý mrazivý průvan proudící do dolu otvorem **D**. Když už diskutujeme o pracovních podmínkách zaměstnanců důlních závodů, nemůžeme zase upřít dělníkům u otvoru **D**, že za letního parního počasí jim studený důlní průvan určitě prospívá.

Shrneme:

léto – směr proudění vzduchu je **B-C-F-E-D**,

zima – směr proudění vzduchu je **D-E-F-C-B**.

V obou případech tak budeme v létě ofukováni důlním vzduchem u otvoru ležícího níže a v zimě na nás bude proudit vzduch z dolu otvorem ležícím výše.

Nakonec se ještě zmíním o nedostatecích ve vašich řešeních. Při opravování tohoto příkladu jsem se rozhodl trochu vám „přistříhnout hřebínek“, nedostatečně či zmateně zdůvodněná řešení, ač byla ve svých výsledcích správná, jsem neuznával. Myslím že řešení, u nějž kromě jediné věty, že teplejší vzduch stoupá vzhůru, a dvou obrázků se šipkami není ani slovo, není našich skvělých řešitelů FKS hodno. Jestli kdokoli dospějete k názoru, že jsem byl vůči vám nespravedlivý, ozvěte se prosím a danou věc jistě rozumně vyřešíme.

Vzduch v dole nevzniká ani nezaniká, je tedy značně nepravděpodobná hypotéza, že by z dolu vzduch prudil oběma otvory či tam naráz oběma otvory foukal. Stejně tak je nepravděpodobné, že by vzduch jedním otvorem proudil ven i dovnitř.

Nakonec ještě takovou drobnou poznámku k samotnému zadání příkladu. Byli jsme upozorněni, že už ve 13. století byly doly hluboké několik set metrů. Lomonosov se touto problematikou asi zabývat musel, bohužel však máme pouze ty odkazy na jeho dílo, které zkoumají toliko doly mělké, to znamená dvacet třicet metrů hluboké, prostě doly, ve kterých můžeme přírůstek teploty s hloubkou zanedbat vůči teplotním rozdílům mezi teplotou v dole a teplotou jeho okolí. Nehledě k tomu, že velice hluboké doly asi těžko vypadají tak jednoduše, jako ukazuje obr. 6.

Honza Rychtář

Úloha II . 6 ... odpolední čajiček (maximum počtu bodů 8, řešilo 81 studentů)

1. Teorie

Výsledek ovlivňuje:

- *kolísání napětí v síti* – tento jev je třeba započítat do chyby měření (dá se omezit měřením v době nízkého využití sítě, bohužel měřit ve tři hodiny ráno není zrovna nejlepší). Povolené napětí v síti je 200–240 V, což přináší poměrně velkou chybu měření
- *předávání tepla okolí* – dá se omezit částečným odizolováním soustavy, např. obložením pěnovým polystyrénem, přesto to je (zvláště, když bychom zvolili nevhodný rozsah teplot) zdrojem poměrně velkých chyb
- *tepelná kapacita hrnce* – tu můžeme eliminovat měřením pro různé množství vody
- *tepelná kapacita vařiče* – pokud pracujeme s ohřátým sporákem, jeho teplota se již téměř nemění, u ponoráku se vařič ohřívá s vodou
- *vařič má jistou induktanci a kapacitanci*, jejich velikost je však zanedbatelná
- *závislost odporu na teplotě* – zahrneme do chyby měření (ostatně u odporového drátu to nebude zase tak moc)
- *vařič nemá 100% tepelnou účinnost* – zahrneme do chyby měření

Odvození vztahů pro odpor:

Pokud by měření neovlivňovaly výše uvedené vlivy, platilo by pro efektivní výkon

$$P_{ef} = \frac{U_{ef}^2}{R}. \quad (1)$$

Tedy práce vykonaná obvodem bude

$$W = \frac{U_{ef}^2}{R} \tau, \quad (2)$$

kde τ je čas, po který budeme ohřívát vodu

Tato práce by se spotřebovala pouze na ohřev vody

$$\frac{U_{ef}^2}{R} \cdot \tau = cm\Delta t, \quad (3)$$

K tepelné kapacitě vody musíme připočíst tepelnou kapacitu hrnce (a ponoráku)

$$\frac{U_{ef}^2}{R} \cdot \tau = (K + cm) \cdot \Delta t. \quad (4)$$

Tak bychom mohli dostat při dvou měřeních soustavu dvou rovnic o dvou neznámých. Při jejím řešení však odečítáme dvě řádově stejné hodnoty, čímž enormně vzrůstá chyba výsledku, proto je paradoxně přesnější (a taky jednodušší) K zanedbat. Potom platí:

$$\tau = a \cdot \Delta t, \quad (5)$$

kde a koeficient úměrnosti získaný z lineární regrese (viz níže), neboli

$$a = \frac{U_{ef}^2}{Rcm} \quad R = \frac{U_{ef}^2}{acm} \quad (6)$$

2. Měření

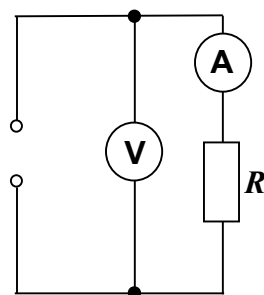
Vaříč připojíme ke zdroji napětí podle obr. 7. Pro odpor spirály pak platí (síť se chová jako zdroj bez vnitřního odporu)

$$R = U/I.$$

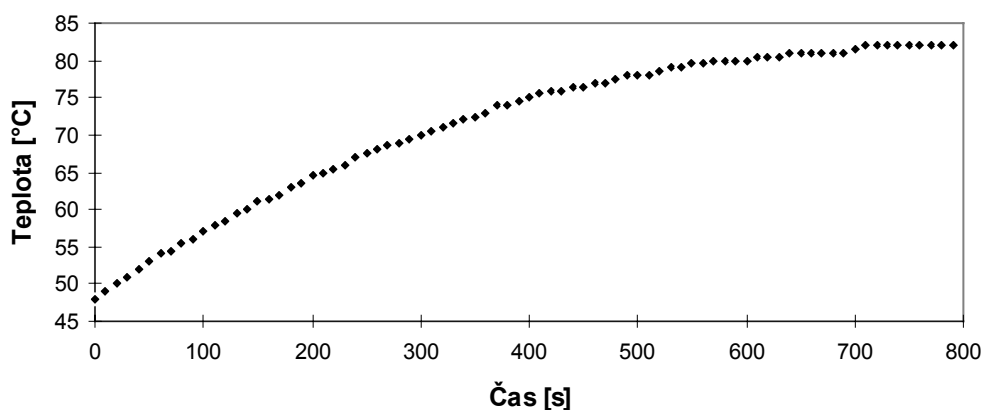
Pomůcky: 2 teploměry, jeden s přesností na desetinu °C a se stupnicí do 50(,5)°C a druhý s přesností na 1°C a se stupnicí do 100°C, elektrický ponorný vaříč, malý a velký hrnec, ampérmetr a voltmetr pro kontrolní měření,

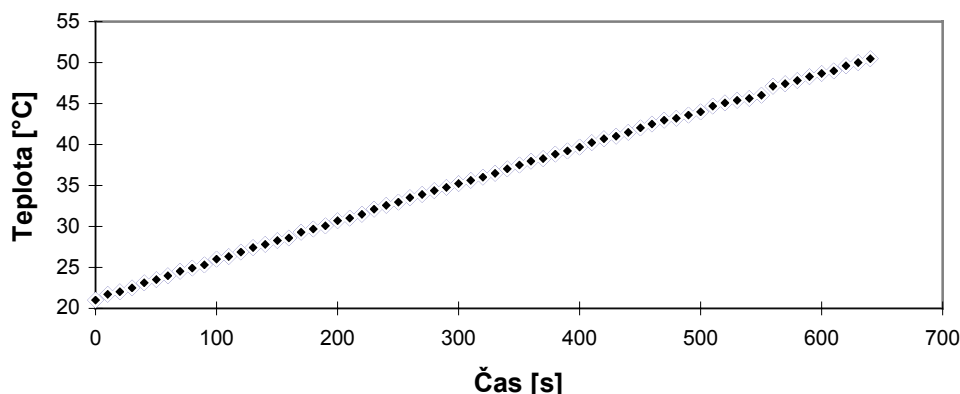
Postup: Odměrným válcem jsme odměřili patřičné množství vody. Hustota při 20°C je přibližně 1000 kg/m³ (chyba je ve srovnání s kolísáním napětí a ztrátami tepla malá). Hrnec jsme odizolovali ručníky z boku a novinami zeshora (nepoužili jsme pokličku, neboť vodu bylo třeba míchat, krom toho by to i ztěžovalo měření teploty). Každých 10 s (u měření bez izolace každých 20 s) jsme změřili teplotu vody. Učinili jsme také jedno odstrašující měření bez izolace do 82 °C – dále se již voda téměř neohřívala (ostatně na co je dobrá poklička, že?) – viz grafy 1 a 2.

Obr. G



Graf 1 – Bez izolace 1 l vody, teploměr do 100°C, velký hrnec



Graf 2 – Měření (7) při objemu 2,5 l vody, teploměr do 50°C, velký hrnec

Výsledky měření: (z důvodu úspory místa uvádím graf pouze pro dvě měření)

Naměřené hodnoty jsem zpracoval lineární regresi $teplota = a \cdot čas + b$ (kdo ji nezná, ať si přečte drobný úvod na konci autorského řešení).

Chyba lineární regrese (tj. odchylka od lineární závislosti) je, s výjimkou odstrašujícího příkladu, mnohem menší než chyba měřicí metody (drží se pod 1 %), můžeme ji proto s klidným svědomím zanedbat.

Jednotlivá měření: (neuvádím dílčí hodnoty, pouze výsledky regrese)

Tabulka – Výsledky lineární regrese

Měření (v závorce číslo pokusu)	počet hodnot	a	r^{***}	$R[\Omega]$
0,75 l vody, teploměr do 50 °C, malý hrnec (1)	21	0,1437(5)	99,99 %	80
1 l vody, teploměr do 50°C, malý hrnec (2)	26	0,1126(7)	99,95 %	137
1 l vody, teploměr do 100°C, velký hrnec bez izolace *	80	0,042(1)	95,73 % (!)	==
2 l vody, teploměr do 100°C, velký hrnec (3)	66	0,0404(5)	99,33 %**	131
1 l vody, teploměr do 50°C, velký hrnec (4)	25	0,104(1)	99,69 %	111
1,5 l vody, teploměr do 50°C, velký hrnec (5)	41	0,0731(4)	99,95 %	114
2 l vody, teploměr do 50°C, velký hrnec (6)	51	0,0506(1)	99,98 %	106
2,5 l vody, teploměr do 50°C, velký hrnec (7)	65	0,0456(1)	99,98 %	101

U a je uvedena v závorce chyba poslední číslice.

* odstrašující měření – **tak takhle by to rozhodně vypadat nemělo !!!**

** po vypuštění 10 hodnot blízkých 100°C, které měření výrazně zkreslují, jsou hodnoty $a = 0,0443(3)$, $r = 99,89 \%$, tyto hodnoty jsem také použil k dalším výpočtům,

*** r je tzv. koeficient korelace, udávající, jak moc je závislost lineární.

Průměrná hodnota: 110 Ω .

Chyba měření (součet chyby statistické a systematické): 30 Ω .

Kontrolní měření: Napětí a proud jsme měřili voltmetrem a ampérmetrem s třídou přesnosti 5.

$$U = (230 \pm 15) \text{ V}, \quad I = (2,25 \pm 0,15) \text{ A}, \quad R = (100 \pm 10) \Omega$$

3. Závěr

Náš způsob měření se hodí (zejména vlivem chyby v napětí $\pm 10\%$, což v druhé mocnině představuje chybu $\pm 20\%$, i vlivem tepelných ztrát) pouze na orientační měření.

4. Nejčastější chyby ve vašich pracech

- Nemá smysl uvádět chybu na víc platných cifer než na dvě, ale spíše se při tomto počtu měření uvádí na jednu.

- K chybě *statistické*, to je ta, která se počítá podle vzorce $\sigma = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum (\bar{x} - x_i)^2}$

je třeba ještě „přičíst“ podle vzorce $\sigma_{\text{celková}} = \sqrt{(3\sigma_{\text{statistická}})^2 + (\sigma_{\text{systematická}})^2}$ chybu systematickou, nebo obě chyby aritmeticky sečíst $\sigma_{\text{celková}} = 3\sigma_{\text{statistická}} + \sigma_{\text{systematická}}$, při našem počtu měření není rozdíl příliš velký. Systematická chyba zahrnuje hlavně chybu přístrojů a chybu metody měření – ztráty tepla a kolísání napětí v síti. Za chybu přístrojů považujeme (není-li uvedeno jinak, např. může být udána tzv. třída přesnosti představující chybu v procentech) polovinu dílku stupnice. Chybu metody, není-li možno ji vypočíst, musíme odhadnout.

Výsledek by pak měl ležet (s pravděpodobností 99,7%) v intervalu $R \pm \sigma_{\text{celková}}$!!!

- Je třeba pracovat v nižších teplotách, aby byly ztráty tepla co nejmenší (při teplotách blízkých $100\text{ }^\circ\text{C}$ se navíc voda intenzívně odpařuje. Viz odstrašující měření.
- Dále je třeba pracovat s ohřátým vařičem, neboť jinak, po dobu než se vařič ohřeje, nedochází k ohřevu vody a měření je tím zkresleno (to platí jen pro sporák, u ponoráku se vařič ohřívá zhruba stejně jako voda).
- Naměřené hodnoty nelze jen tak pospojovat (jsou zatíženy chybou měření a skutečná závislost probíhá jinak), pokud jsou pospojovány pouze pro lepší orientaci v grafu, musí to být u grafu výslovně uvedeno.

K bodování:

Samozřejmě jsou lépe hodnocena ta řešení, ve kterých je větší počet měření, grafy, návrhy jiných metod měření, dobře zpracované chyby měření, netradiční nápady... Proto se snažte.

Lineární regrese:

Snažíme se co nejlépe proložit hodnoty přímkou s rovnicí $y = ax + b$:

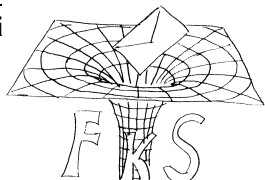
Platí: (ve všech sumách se sčítá pro i od 1 do N ; N je počet naměřených hodnot)

$$a = \frac{N \sum (x_i y_i) - \sum x_i \sum y_i}{N \sum (x_i^2) - (\sum x_i)^2}, \quad b = \frac{\sum y_i \sum (x_i^2) - \sum x_i \sum (x_i y_i)}{N \sum (x_i^2) - (\sum x_i)^2},$$

kde x_i a y_i jsou jednotlivé naměřené hodnoty.

Mnoho úspěchu při dalších experimentáčkách přeji

Martin Krsek & Petr Koňas



Seriál na pokračování

Řešení úlohy S . 2

Vztah pro střední volnou dráhu molekuly naleznete v minulé části seriálu – (4):

$$\bar{l} = \frac{1}{\sigma_c N_V}, \quad (1)$$

kde σ_c je účinný průřez molekuly, v našem případě dusíku N_2 ;

$$\sigma_c = \pi(2r)^2 \quad (2)$$

a N_V je objemová hustota částic. Tu vypočteme pro dané podmínky ze stavové rovnice

$$pV = NkT, \quad (3)$$

tedy

$$N_V = \frac{N}{V} = \frac{p}{kT}. \quad (4)$$

Pro střední volnou dráhu molekuly N_2 tak odvodíme

$$\bar{l} = \frac{kT}{\pi(2r)^2 p}. \quad (5)$$

Zadanou teplotu převedeme na teplotu termodynamickou a po dosazení dostaneme

$$\bar{l} = 1,43 \cdot 10^{-7} \text{ m}. \quad (6)$$

Pokračování seriálu

K odvození tlaku na stěnu nádoby uvažujme kvádr o objemu V , přičemž budeme počítat tlak na jeho boční stěnu obsahu S rovnoběžnou s rovinou yz , jak je to vidět na obr. 8. Všimějme si molekul, které se pohybují ve směru osy x rychlostmi v_x .

Za okamžik dt narazí na stěnu tolik molekul, kolik je jich obsaženo v objemu

$$V_S = Sv_x dt. \quad (7)$$

Závislost objemové hustoty částic na rychlosti lze vyjádřit jako součin funkce pravděpodobnostního rozdělení rychlosti (viz minule Maxwellovo-Boltzmannovo rozdělení) $\rho(v_x)$ a celkového počtu molekul N v kvádru:

$$N_V(v_x) = \frac{N}{V} \rho(v_x). \quad (8)$$

Na stěnu o obsahu S tedy narazí

$$dn(v_x) = N_V(v_x) \cdot V_S = \frac{N}{V} \rho(v_x) Sv_x dt dv_x \quad (9)$$

molekul, které mají rychlost v intervalu $(v_x, v_x + dv_x)$.

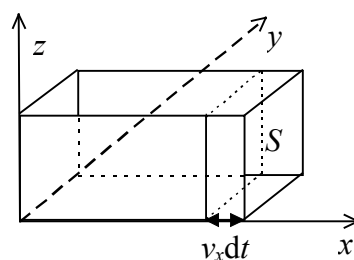
Předpokládáme-li, že náraz na stěnu je dokonale pružný, změní se rychlost při nárazu z v_x na $-v_x$ a síla působící na stěnu bude rovna změně hybnosti za čas dt , tedy

$$dF(v_x) = \frac{2m_0 v_x dn(v_x)}{dt} = 2 \frac{N}{V} S m_0 v_x^2 \rho(v_x) dv_x \quad (10)$$

Střední kvadratická rychlost je statisticky definovaná jako

$$\overline{v_x^2} = \int_{-\infty}^{\infty} v_x^2 \rho(v_x) dv_x, \quad (11)$$

Obr. H



$$\text{což je rovno } 2 \int_0^{\infty} v_x^2 \rho(v_x) dv_x, \quad (12)$$

neboť

$$v_x^2 \rho(v_x) = (-v_x)^2 \rho(-v_x). \quad (13)$$

Rovnost $\rho(v_x) = \rho(-v_x)$ je vlastně matematickou reprezentací faktu, že rozložení pravděpodobností v kladném směru osy x je stejné jako v záporném směru.

Pro tlak platí

$$p = \frac{F}{S} = N_V m_0 \overline{v_x^2}. \quad (15)$$

Závěrečná úvaha se týká převedení problému do prostoru: představujeme-li si pohyb jako chaotický, můžeme napsat

$$\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2}, \quad (16)$$

tj. střední kvadratická rychlost je ve všech směrech shodná.

Protože pro velikost rychlosti platí

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 \quad (17)$$

(což platí i pro střední hodnoty), je

$$\overline{v_x^2} = \frac{1}{3} \overline{v^2}. \quad (18)$$

Konečně se pak dostáváme ke vztahu

$$p = \frac{1}{3} \frac{Nm_0}{V} \overline{v^2}. \quad (19)$$

Úloha S . 4

Při odvození rovnice plynu jsme neuvažovali nárazy molekul na sebe navzájem. Pokuste se říci, ve kterém bodě našich úvah je třeba tento problém diskutovat a diskutujte ho.

Nápověda: při diskusi použijte pojem střední volné dráhy molekuly.

Soutěž o Logo FKS

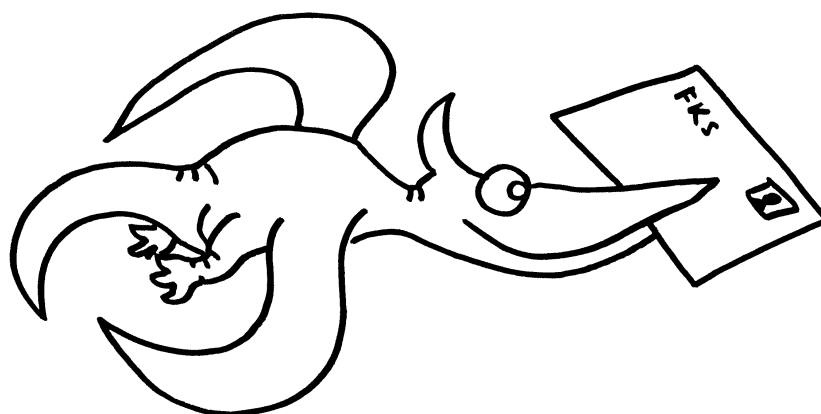
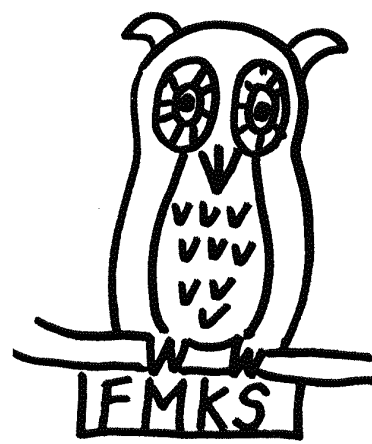
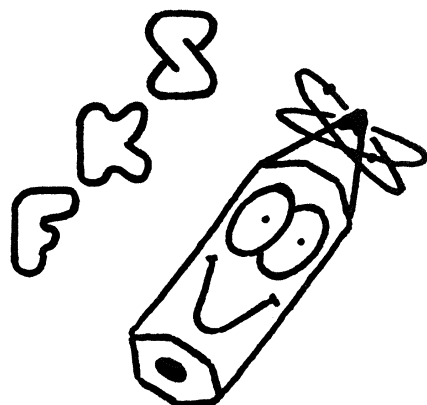
S řešením druhé série nám přišly i vaše návrhy na znak semináře. Aby hodnocení bylo objektivní, deset organizátorů nezávisle posuzovalo vaše dílka, výsledné ohodnocení pak bude průměrem bodů od všech posuzovatelů. Vzhledem k tomu, že jste měli možnost výtvarně se projevit i při řešení třetí série, soutěž pokračuje a s další sérií se dovíte definitivní výsledky.

Nejzajímavější návrhy jsem převedl do bitmap počítačových obrázků a snad vás obveselí alespoň tak, jako zvedly náladu nám. Moje představa Loga je taková, že se skládá ze dvou věcí, z *oficiálního znaku* FKS a potom z jakéhosi *maskota*, který by uváděl jednotlivé části série (zadání, řešení, seriál, pořadí, informace, soustředění...).

Ze zatím došlých návrhů se nám nejvíce líbily tři a právě ty ve čtvrté sérii uvádějí jednotlivé části. Stát se maskotem FKS má největší šance pterodaktyl Matouše Jiráka; znak Svatavy Vyvialové (zrcadlově obklopuje *Zadání*) nejlépe splňuje naše představy o tom, jak by oficiální symbol FKS mohl vypadat. Ještě však není všem dnům konec, pokud vás políbí múza a přijdete na něco tak skvělého, že by to mohlo uvedeným dvěma návrhářům konkurovat, zašlete nám svoji převratnou ideu do konce února.

Řešte, naši řešitelé, protože FKS není jenom cestou do hlubin fyzikálních tajů světa, ale také zábavou s kopečkem legrace!

Halef



Naše adresa: FKS, KTF MFF UK
V Holešovičkách 2, 180 00 Praha