

12. ročník, úloha V. P ... nabitá koule (5 bodů; průměr ?; řešilo 27 studentů)

Mějme rovnoměrně nabitou kovovou kulovou slupku s poloměrem R a s celkovým nábojem Q . Rozřízněme ji na dvě části rovinou, která je od středu koule vzdálena $d < R$. Úkolem je spočítat sílu, jakou se obě části budou odpuzovat, dokud jsou velmi blízko sebe.

Když jsou obě části velmi blízko sebe, bude náboj na slupce rozložen rovnoměrně, plošná hustota náboje bude

$$\sigma = \frac{Q}{4\pi R^2}.$$

Ze symetrie je zřejmé, že síla bude mít směr kolmý k rovině řezu. Určeme nyní sílu F_0 , která působí na velmi malou část slupky o ploše S_0 . Tato síla je jistě kolmá na tuto část slupky a má velikost

$$F_0 = S_0 \sigma E_0,$$

kde E_0 je velikost intenzity pole vytvářeného zbytkem slupky.

Vidíme, že se jedná o analogii s tlakovým působením (síla je kolmá na plošku a její velikost je přímo úměrná velikosti plošky) o tlaku $p = \sigma E_0$. Celková síla je tedy úměrná velikosti plochy řezu (to je doufám jasné). Celková odpudivá síla má velikost

$$F_{\text{celk}} = S_{\text{řezu}} \sigma E_0,$$

kde $S_{\text{řezu}}$ určíme pomocí Pythagorovy věty

$$S_{\text{řezu}} = \pi(R^2 - d^2).$$

Nyní zbývá pouze určit velikost elektrické intenzity, kterou vyvolává zbytek slupky v místě plošky S_0 . Intenzita elektrického pole těsně nad povrchem slupky je

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

a uvnitř slupky je nulová. To znamená, že velikost intenzity vyvolané ploškou S_0 a zbytkem slupky je stejná (uvnitř slupky mají opačné znaménko). Intenzita vyvolaná zbytkem slupky je tedy polovina celkové intenzity

$$E_0 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}.$$

Velikost celkové odpudivé síly je

$$F_{\text{celk}} = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0} \pi(R^2 - d^2) = \frac{Q^2}{32\pi\varepsilon R^2} \frac{(R^2 - d^2)}{R^2}.$$

Václav Porod