

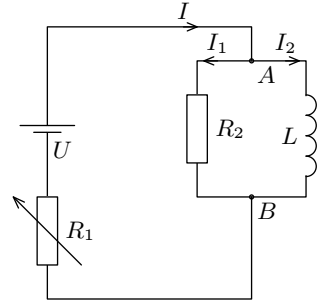
**13. ročník, úloha III. 2 ... supravodič** (5 bodů; průměr ?; řešilo 29 studentů)

Mějme obvod na obrázku 1. Část obvodu obsahující  $R_2$  a  $L$  (10 H) je ponořena do kapalného hélia. Vodiče v této části jsou supravodiivé (mají nulový odpor).

Vyndáme-li  $R_2$  z hélia, má odpor 5  $\Omega$ .

První experiment probíhá následovně: Proud  $I$  měníme pomocí  $R_1$  tak, aby v časovém intervalu  $(t_0, t_1)$  byl konstantní 1 A, v  $(t_1, t_2)$  rovnoměrně klesal na nulu, v  $(t_2, t_3)$  rovnoměrně stoupal na 0,5 A a dále byl konstantní. V čase  $t_3$  rezistor  $R_2$  vyndáme z hélia a v čase  $t_4$  jej tam opět spustíme. V  $t_0$  je  $I_1 = I_2 = 0,5$  A. Určete časový průběh  $I_1$  a  $I_2$  v časovém intervalu  $(t_0, t_4)$ .

Druhý experiment probíhá následovně Na počátku je  $R_2 = 0 \Omega$ ,  $I_1 = 0$  A,  $R_1 = 7,5 \Omega$ ,  $I = 0,5$  A.  $R_1$  se dále nemění. V čase  $t_1$  vyndáme  $R_2$  z hélia a v čase  $t_2$  jej tam opět spustíme. Načrtněte do grafu průběh časové závislosti  $I$ ,  $I_1$ ,  $I_2$ .



Obr. 1

Celá tato úloha se točila kolem Faradayova zákona elektromagnetické indukce

$$U = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}.$$

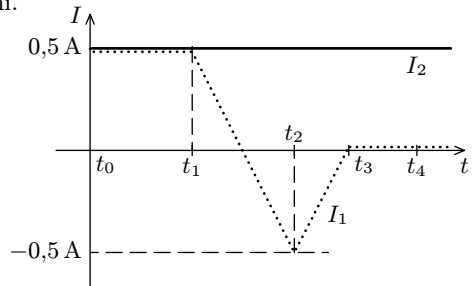
Tento zákon říká, že napětí na cílce způsobuje změnu procházejícího proudu. A naopak, že na cílce, kterou prochází proměnný elektrický proud, se indukuje napětí. Při řešení úlohy je nesmírně důležité si uvědomit (všichni, kteří mají dva a méně bodů, si to neuvědomili), že pokud na cílce není napětí, je proud  $I_1$  konstantní.

V prvním experimentu (obr. 2) je až do času  $t_3$  odpor  $R_2$  nulový, tedy napětí mezi uzly A a B je podle Ohmova zákona nulové, a proud  $I_1$  zůstává konstantní. Podle Kirchhoffova zákona musí být neustále  $I_1 + I_2 = I$ . Proud  $I$  je zadán,  $I_1$  je až do  $t_3$  konstantní, tedy  $I_2$  je v čase  $(t_0, t_3)$  jednoznačně určen vztahem  $I_2(t) = I(t) - I_1(t_0)$ . Protože v čase  $t_3$  je  $I_2 = 0$  A, je napětí mezi uzly A a B nulové i nadále a rezistorem  $R_2$  nezačne protékat žádný proud.  $I$  se dle zadání nemění, je tedy dále konstantní i  $I_1$ .

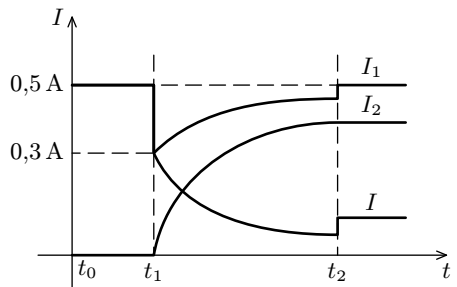
Ve druhém experimentu (obr. 3) zůstávají hodnoty až do  $t_1$  konstantní. V  $t_1$  vyndáme rezistor z hélia. Cívkou v tom okamžiku ještě žádný proud neprochází, proto proud  $I$  a také  $I_2$  klesne na hodnotu

$$I = I_2 = \frac{U}{R_1 + R_2} = \frac{R_1 I(t_0)}{R_1 + R_2}.$$

Dále bude proud  $I_2$  klesat k nule,  $I_1$  se bude dle Faradayova zákona stále pomaleji zvětšovat a  $I$  bude narůstat zpět k původní hodnotě. Toto nám jako úplné řešení úlohy stačilo. Průběh



Obr. 2



Obr. 3

proudu však můžeme s použitím integrálního počtu spočítat přesně. Matematicky řečeno budou platit rovnice

$$R_2 I_2 = L \frac{dI_1}{dt}, \quad U = R_2 I_2 + R_1 (I_1 + I_2),$$

kde  $U = R_1 I(t_0)$  je napětí zdroje. Dosazením  $I_2$  ze druhé rovnice do první získáme separovatelnou diferenciální rovnici. Přihlédneme-li k počáteční podmínce  $I_1(t_1) = 0$  A, dostaneme řešení

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{U}{R_1} \left[ 1 - \exp \left( -\frac{R_1 R_2}{L(R_1 + R_2)} (t - t_1) \right) \right], \\ I_2 &= \frac{U}{R_1 + R_2} \exp \left( -\frac{R_1 R_2}{L(R_1 + R_2)} (t - t_1) \right), \\ I &= \frac{U}{R_1} \left[ 1 - \frac{R_2}{R_1 + R_2} \exp \left( -\frac{R_1 R_2}{L(R_1 + R_2)} (t - t_1) \right) \right]. \end{aligned}$$

V čase  $t_2$  po spuštění rezistoru do hélia, bude mezi A a B opět nulové napětí, proud  $I_1$  tedy zůstane konstantní.  $I$  bude také konstantní a velký jako na začátku  $I = U/R_1$ , neboť odpor supravodivé části bude nulový. Dále podle Kirchhoffova zákona  $I_2 = I - I_1$ . Ještě nutno podotknout, že konečné velikosti proudů závisí na délce časového intervalu  $(t_1, t_2)$ , pro načrtnutí grafu jsme volili  $t_2 - t_1 = 5$  s.

*Lenka Zdeborová & Jiří Libra*