

13. ročník, úloha III. 3 ... a přece se točí (4 body; průměr ?; řešilo 41 studentů)

Uvažte měděný kruhový závit o poloměru $R = 10$ cm, který leží na stole v magnetickém poli Země (vektor magnetické indukce je rovnoběžný se stolem, který se nachází na rovníku). Poloměr drátu je $r = 0,3$ mm. Závitem prochází proud I . Určete I tak, aby se závit překlopil (předpokládejte, že tření je dostatečně velké, takže závit neproklouzne).

Na element vodiče působí síla $d\mathbf{F} = I(d\mathbf{l} \times \mathbf{B})$, celková síla působící na závit bude nulová kvůli symetrii závitu. Pro nás je však rozhodující moment síly vůči ose otáčení. Nazvěme horní část tu, která je blíže k severnímu zemskému pólu, a dolní tu, která je blíže k jižnímu. Vidíme, že když je směr oběhu pravotočivý, tak podle pravidla pravé ruky na horní půlce působí všechny síly směrem nahoru, a na dolní směrem dolů, takže nám vzniká dvojice sil, která se snaží převrátit kruh kolem osy kolmé k \mathbf{B} a blíže k jižnímu pólu. K této ose teď spočítáme moment sil při nakloněném závitu vůči stolu.

Nechť závit leží na stole, úhel mezi \mathbf{B} a $d\mathbf{l}$ označme φ . Síla působící na element $d\mathbf{l}$ má velikost $dF = BI dl \sin \varphi$ a směr kolmý na rovinu stolu. Na element $d\mathbf{l}'$, který je k $d\mathbf{l}$ symetrický vzhledem k ose, která prochází středem závitu a je rovnoběžná s osou otáčení, působí stejně velká síla opačného směru. Moment dvojice těchto sil je $dM = BI dl s \sin \varphi$, kde s je vzdálenost obou elementů. Plocha omezená elementy $d\mathbf{l}$ a $d\mathbf{l}'$ má velikost právě $dl s \sin \varphi$. Sečteme-li všechny dM dostaneme pro celkový moment $M = BIS$, kde S je plocha celého závitu. Je-li smyčka vzhledem ke stolu skloněna o úhel α , na celkovém momentu se podílí jen složka \mathbf{B} rovnoběžná s rovinou závitu, neboli

$$M = BIS \cos \alpha = \pi R^2 BI \cos \alpha.$$

Tento výsledek lze dokonce zobecnit pro libovolnou rovinnou smyčku $\mathbf{M} = I(\mathbf{S} \times \mathbf{B})$, kde \mathbf{S} má směr normály plochy.

Na určení, kdy se postaví kroužek do svislé polohy, potřebujeme znát ještě velikost momentu tíhové síly

$$M_g = mgR \cos \alpha = V \varrho g R \cos \alpha = 2\pi^2 R^2 r^2 \varrho g \cos \alpha.$$

Potom podmínka pro to, aby se závit zvedl, je $M > M_g$

$$BI\pi R^2 \cos \alpha > 2\pi^2 R^2 r^2 \varrho g \cos \alpha.$$

Vidíme, že když se kroužek zvedne na začátku, bude se zvedat až do svislé polohy (podmínka nezávisí na úhlu α).

$$I > \frac{2\pi r^2 \varrho g}{B} = 1650 \text{ A}$$

po dosazení konkrétních hodnot $r = 0,3$ mm, $\varrho = 8930 \text{ kgm}^{-3}$ a $B = 30 \mu\text{T}$. Vidíme, že proud je příliš velký, a jak mnozí poznamenali, drát by se roztavil.

Miroslav Kladiva