13. ročník, úloha IV . 2 ... *tyč pod napětím* *(3 body; průměr ?; řešilo 70 studentů)*

Na konce homogenní tyče o průřezu $S = 1\,\mathrm{cm}^2$ působí dvě síly $F_1 = 40\,\mathrm{N}$ a $F_2 = 100\,\mathrm{N}$ v opačných směrech (obě „od tyče“). Určete napětí v průřezu, který dělí tyč na dvě části v poměru 1 : 2 (působiště síly F_2 je na konci kratší části).

Z došlých řešení tohoto příkladu bylo správně spočteno mnohem méně, než by se vzhledem k jednoduchosti této úlohy dalo předpokládat. Ukážeme si tedy dva možné způsoby řešení.

První přístup spočívá v tom, že si sílu F_2 rozdělím na dvě složky. Jedna složka bude mít stejnou velikost jako síla F_1 a spolu s ní bude v celé tyči způsobovat vznik napětí o velikosti $\sigma_1 = F_1/S$. Druhá složka síly F_2 o velikosti $F_2 - F_1$ bude tyč urychlovat ve směru působení síly F_2. Urychlující síla spolu se silou setrvačnou zapříčiní vznik dalšího napětí σ_2, jehož velikost je dána vzdáleností od působiště síly F_2. V našem případě je $\sigma_2 = 2(F_2 - F_1)/3S$. Výsledné napětí σ v zadané vzdálenosti bude

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 = \frac{2F_2 + F_1}{3S}\,.$$

Úlohu je možné vyřešit také z pohybových rovnic. Budu předpokládat, že tyč je rozdělena v obecném poměru $k : (1-k)$, kde $k \in \langle 0, 1\rangle$. Budu ji brát jako dokonale tuhé těleso, což znamená, že se celá pohybuje se zrychlením $a = (F_2 - F_1)/m$ a napíšu pohybové rovnice

$$F_2 - F = ka\,,$$
$$F - F_1 = (1-k)a\,.$$

Jejich řešení bude $F = k(F_1 - F_2) + F_2$. Napětí v průřezu daném koeficientem k bude $\sigma = F/S$, což pro $k = 1/3$ dává náš případ. Vidíme také, že napětí se bude lineárně měnit v závislosti na k. Nebude tedy stejné v každém průřezu tyče, jak mnozí řešitelé chybně předpokládali (analogický případ: tyč visící v homogenním gravitačním poli).

Pro úplnost dodejme, že číselně vychází $\sigma = 800\,\mathrm{kPa}$.

Libor Sedláček

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty UK MFF. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci UK MFF a podporován Ústavem teoretické fyziky UK MFF, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.