13. ročník, úloha V . 2 ... *supertermoska* *(5 bodů; průměr ?; řešilo 33 studentů)*

Princip termosky je následující. Máme dvě souosé válcové stěny, které se vzájemně nedotýkají, mezi nimi je vyčerpán vzduch. Energie se zde může přenášet pouze zářením. Pro naše účely budeme stěny termosky považovat za absolutně černá tělesa (ve skutečnosti tomu tak nebývá). Teplotu vnitřní stěny označíme T_1, teplotu vnější T_2. Tyto teploty budeme dále považovat za konstantní. Odtok tepla (za jednotku času) v tomto jednoduchém případě nechť je Q_0. Vlastnosti termosky však můžeme vylepšit, vložíme-li mezi stěny ještě jednu dokonale vodivou (absolutně černou) válcovou desku. Určete, jak se změní odtok tepla po ustálení teploty vložené desky. Ve vylepšování můžeme pokračovat. Spočtěte, jak se odtok tepla změní, vložíme-li n vzájemně se nedotýkajících válcových desek. (Vzdálenosti krajních desek jsou malé oproti rozměrům termosky, velikosti jejich povrchů můžeme tedy považovat za stejné.)

Jelikož mezi jednotlivými deskami v termosce je vakuum (podle předpokladů v zadání, ve skutečnosti toto samozřejmě přesně splněno není) nemůže se mezi nimi teplo šířit vedením, nýbrž jen zářením. Dokonale černé těleso (jímž podle předpokladů desky jsou) pohlcuje všechno na něj dopadající záření a podle Stefanova-Boltzmanova zákona září s intenzitou (energie za jednotku času z jednotkové plochy) závisející pouze na jeho termodynamické teplotě, a to tak, že je úměrná její čtvrté mocnině, tedy $I = \sigma T^4$.

V nevylepšené termosce je odtok tepla Q_0 za jednotku času z jednotkové plochy roven rozdílu intenzity, kterou vyzařuje teplejší vnitřní deska ven, a intenzity, kterou vyzařuje chladnější vnější deska dovnitř, tedy

$$Q_0 = \sigma(T_1^4 - T_2^4)\,.$$

Vložíme-li mezi stěny termosky n tenkých velmi dobře vodivých desek, jejich teploty se ustálí tak, aby každá vnitřní deska vyzářila přesně tolik energie, kolik přijme od svých sousedů, respektive tak, aby se tok tepla mezi libovolnými sousedními deskami rovnal celkovému odtoku tepla Q_n.

Označme q_i $(i = 0, 1, \ldots, n+1)$ teplo, které na jednu stranu vyzáří i-tá deska za jednotku času z jednotkové plochy, přičemž index 0 $(n+1)$ zastupuje vnitřní (vnější) stěnu. Pak se výše uvedená podmínka pro rovnováhu dá vyjádřit systémem $n+1$ rovnic $Q_n = q_i - q_{i+1}$, kde $i = 0, 1, \ldots, n$. Sečteme-li tyto rovnice, dostaneme $(n+1)Q_n = q_0 - q_{n+1} = Q_0$, odtok tepla při vložení n desek se tedy oproti případu bez desek sníží $n+1$ krát

$$Q_n = \frac{Q_0}{n+1}\,.$$

Při vložení jedné desky budou ztráty poloviční.

Na závěr si povšimněme, že pro účely naší úlohy jsme na desky nemuseli klást tak silné předpoklady. Za prvé to nemusela být dokonale černá tělesa, stačilo, aby intenzita vyzařování byla závislá jen na teplotě a aby odrazivost materiálu na teplotě nezávisela a propustnost byla nulová, což běžné materiály většinou dost přesně splňují. Za druhé nemusely mít všechny desky stejný povrch, stačilo, aby každá z nich byla tenká a dobře vodivá, abychom mohli počítat s tím, že na každou stranu září stejně.

Lenka Zdeborová

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty UK MFF. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci UK MFF a podporován Ústavem teoretické fyziky UK MFF, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.