

16. ročník, úloha VI. 1 ... záhadný obvod (3 body; průměr 2,92; řešilo 13 studentů)

Ke kondenzátoru o neznámé kapacitě připojíme do série cívku o indukčnosti L , obvod připojíme ke zdroji napětí o frekvenci ω a naměříme na nekalibrovaném ampérmetru nějaký proud. Poté do série připojíme ještě jednu cívku, stejnou jako je ta první, a proud v obvodu se nezmění. Jaká je kapacita kondenzátoru?

Nezkalibrovaný ampérmetr zapojený v obvodu bude ukazovat efektivní hodnotu proudu, která po zapojení druhé indukce má být stejná

$$\frac{U_{\text{ef}}}{Z_1} = \frac{U_{\text{ef}}}{Z_2},$$

a tedy si musí být rovny i velikosti impedancí před a po zapojení druhé indukčnosti. V prvním případě pro velikost impedance obvodu platí

$$Z_1 = \sqrt{(X_L - X_C)^2} = \sqrt{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

a po zapojení druhé cívky

$$Z_2 = \sqrt{\left(2\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}.$$

Musí tedy platit

$$\left|\omega L - \frac{1}{\omega C}\right| = \left|2\omega L - \frac{1}{\omega C}\right|,$$

což lze splnit pro

$$\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = -\left(2\omega L - \frac{1}{\omega C}\right),$$

případ

$$\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = \left(2\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

nevede k řešení. Pro hledanou kapacitu kondenzátoru tedy platí

$$C = \frac{2}{3\omega^2 L}.$$

Ve výše uvedeném řešení jsme uvažovali ideální prvky obvodu (nulový vnitřní odpor ampérmetru, nulový odpor cívky, zanedbali jejich vzájemnou indukčnost, ...).

Jan Prokleška
fykos@mff.cuni.cz