**21. ročník, úloha I . E ... *ulovte si hlemýždě*** *(7 bodů; průměr 4,09; řešilo 23 studentů)*

*Změřte, jaký nejpomalejší pohyb je schopné zaregistrovat lidské oko. Konkrétně měřte nejmenší okamžitou úhlovou rychlost vybraného objektu vzhledem k nehybnému pozadí, kterou vaše neustále otevřené oko dokáže zpozorovat během doby maximálně 5 s.*

*Pár tipů na pomalé pohyby: plazení hlemýždě, pohyb Slunce vůči obzoru při západu, otáčení hodinových ručiček, růst rostlin, růst živočichů, vzájemný pohyb hvězd...*

*Napadlo Honzu Prachaře při čekání v dopravní zácpě.*

### *Teorie*

Lidské oko je z hlediska vnímání pohybu poměrně nedokonalým přístrojem. Navíc, oko každého jedince je citlivé jinak, proto je celý pokus včetně výsledků velmi závislý na subjektu experimentátora. Kromě toho jsou rozlišovací schopnosti závislé také na denní době, aktuálním fyzickém i duševním stavu apod. Dále je třeba si uvědomit, že člověk nevnímá velikosti (a tedy ani rychlosti těles) absolutně, nýbrž relativně vzhledem ke vzdálenosti od sebe. Proto budeme nadále důsledně používat pojem úhlová velikost úsečky, jejž budeme chápat jako velikost úhlu svíraného paprsky spojujícími naše oko a krajní body pozorované úsečky, a také zavedeme termín úhlová rychlost následujícím vztahem

$$\nu = \frac{v}{d}\,, \tag{1}$$

kde $v$ je skutečná rychlost objektu ve vztažné soustavě spojené s pozorovatelem a $d$ je vzdálenost mezi ním a pozorovatelem. Pozorný čtenář si jistě všimne, že stejným způsobem je definována úhlová rychlost rovnoměrného pohybu po kružnici; je tedy na místě dovysvětlit, že zmiňovaný zlomek má velmi malou hodnotu[1]. V zadaném experimentu jde totiž o změření nejmenší takové rychlosti, kterou je člověk schopen zjistit, a proto si uvedenou aproximaci přímočarého pohybu na kruhový můžeme dovolit.

Nyní, majíce slovníček pojmů, jsme připraveni na teoretické výpočty. Literatura obvykle uvádí, že minimální úhel, pod kterým je člověk s to rozlišit dva objekty, je $\varphi_0 = 60'' = \pi/10\,800$. (Například pozorujte tečku za touto větou z různých vzdáleností.) Je však třeba podotknout, že tato hodnota se týká dvou ve stejnou dobu existujících bodů, nikoliv jednoho se pohybujícího. Nicméně můžeme předpokládat, že v první moment si zapamatujeme polohu objektu a na pět sekund zavřeme oči (dle zadání). Jestliže se úhlová vzdálenost mezi polohami před zavřením a po otevření očí bude lišit alespoň o $\varphi_0$, pozorujeme pohyb (či v tomto případě spíše jeho „diskrétní model“). Není těžké vypočítat, že úhlová rychlost pozorovaného tělesa musí být alespoň

$$\nu_0 = \frac{\varphi_0}{5}\,\mathrm{s}^{-1} = \frac{\pi}{54\,000}\,\mathrm{s}^{-1} \approx 5{,}82 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{s}^{-1}.$$

A to je poměrně málo, o čemž se ostatně můžeme přesvědčit dosazením do vztahu (1). Berme proto tuto hodnotu jen jako jakýsi dolní odhad. Pro pozorování skutečného (spojitého) pohybu je navíc dobré mít vhodné referenční pozadí. Jistě ze zkušenosti víme, že je mnohem náročnější všimnout si pohybu modrého čtverečku $1 \times 1\,\mathrm{cm}$ nad bílým papírem než téhož nad papírem milimetrovým, kde máme dostatečně hustou souřadnicovou síť.

[1] Poznamenejme, že $\mathrm{tg}\,\alpha \approx \alpha$ platí pro malé hodnoty $\alpha$.

*Příprava a provedení experimentu*

Vzhledem k vzorci (1) uvažme následující běžné pohyby jako vhodné pro naše měření: pohyb hvězd a planet po obloze, jízda vlakem a sledování vzdálených domů (na lokálce i blízkých; viz úloha I.1), plazení hlemýždě, plynulé otáčení ručiček hodin apod. Kromě těchto si můžeme sami nějaký „pomalý“ (ve smyslu malé úhlové rychlosti) pohyb vytvořit.[2] Tuto funkci splní i obyčejný program simulující pohyb na monitoru počítače. Nastavíme tedy vhodnou rychlost pohybu ($0{,}29\,\mathrm{mm{\cdot}s^{-1}}$) nějakého výrazného obrazce a zbytek plochy necháme jednobarevný. Budeme se postupně přibližovat k monitoru, dokud v průběhu časového intervalu 5 sekund nepozorujeme pohyb. Optimálně provedeme několik měření s různými lidmi.

Z osobní zkušenosti s tímto měřením musíme ovšem přiznat, že je velmi těžké zaměřit se pouze na pohybující se objekt a nesledovat „nehybné“ okolí. Navíc je úloha zatížena poměrně značnou a těžko odhadnutelnou chybou, která je způsobena velmi subjektivní metodou detekce pohybu. Z těchto důvodů je nutné brát následující výsledky s rezervou a stejně tak i statistické odchylky, kterých jsme se dopočítali.

Tabulka výsledků měření

| číslo měření $i$ | vzdálenost $d_i$ [m] | chyba $d_i - \bar{d}$ [m] | kvadrát chyby $(d_i - \bar{d})^2$ [m$^2$] |
|---|---|---|---|
| 1 | 3,87 | − 0,03 | 0,00 |
| 2 | 3,79 | − 0,11 | 0,01 |
| 3 | 3,92 | 0,03 | 0,00 |
| 4 | 4,05 | 0,16 | 0,02 |
| 5 | 3,90 | 0,01 | 0,00 |
| 6 | 3,85 | − 0,05 | 0,00 |
| 7 | 3,67 | − 0,23 | 0,05 |
| 8 | 3,88 | − 0,02 | 0,00 |
| 9 | 4,11 | 0,22 | 0,05 |
| 10 | 3,91 | 0,02 | 0,00 |
| $\bar{d} =$ | 3,90 | $\sum_i (d_i - \bar{d})^2 =$ | 0,14 |

Pro naměřené hodnoty vychází směrodatná odchylka přibližně $\sigma = 0{,}05\,\mathrm{m}$. Maximální vzdálenost, ze které jsme ještě byli schopni rozeznat pohybující se čtvereček během doby 5 sekund, pak je $(3{,}9 \pm 0{,}1)\,\mathrm{m}$. Odtud již snadno vypočítáme úhlovou rychlost pomocí vzorce (1)

$$\nu = \frac{0{,}29}{3\,900 \pm 100}\,\mathrm{s^{-1}} \approx (7{,}4 \pm 0{,}2) \cdot 10^{-5}\,\mathrm{s^{-1}}\,,$$

což je jen nepatrně víc oproti úhlové rychlosti rotace Země ($7{,}27 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{s^{-1}}$). A skutečně, při sledování západu naší životadárné hvězdy v blízkosti rovníku se ve dnech rovnodennosti každý může přesvědčit, jak Slunce doslova „mizí“ před očima. Dále je patrné, že náš teoretický dolní odhad nebyl až tak špatný, jak se na první pohled mohlo zdát.

Většina z vás, kdo jste se dobrali nějakého číselného výsledku, naměřila hodnoty z okolí našeho výsledku, proto je celkem pravděpodobné, že je rozumně správný.

---

[2] Na tomto místě bych rád pochválil *Zuzku Chlebounovou* za její neotřelý přístroj využívající laserového ukazovátka jakožto indikátoru změny výšky vodní hladiny.

Na závěr bych chtěl upozornit na poměrně častou chybu. Mnoho řešitelů špatně pochopilo pojem *úhlová rychlost*. Oproti našemu pojetí jste se uchylovali k pohybu po kružnici a občas i nechávali hlemýždě kroužit po vytyčené kruhové trajektorii.

***Tomáš Jirotka***
`byrot@fykos.mff.cuni.cz`

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty UK MFF. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci UK MFF a podporován Ústavem teoretické fyziky UK MFF, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.