

23. ročník, úloha IV. 2 ... horečka !!! chybí statistiky !!!

Janap šla domů z hvězdárny a při pohledu na východ Slunce ji napadlo, jak by asi jednoduše šla spočítat jeho teplota. Prozradíme vám, že Země je absolutně černé těleso s teplotou 0°C .

Na přednášce ze statistické fyziky nevyřešila Janap.

Ze zadání víme, že země se chová jako absolutně černé těleso o teplotě 0°C , tedy $T = 273\text{ K}$. To znamená, že jakoukoliv energii Země přijme, stejnou musí i vyzářit. Na pomoc si vezmeme Stefan-Boltzmannův zákon, který říká, jak se k sobě mají zářivý výkon (energie) a efektivní teplota tělesa.

$$\frac{L}{S} = \sigma T^4,$$

kde σ je Stefanova konstanta a L zářivý výkon.

Plochu Země, tedy koule, známe, takže vztah pro zářivý výkon si můžeme vyjádřit rovnicí

$$L = 4\pi R_Z^2 \sigma T^4.$$

Zamyslíme se nad tím, jak vypadá intenzita slunečního záření ve vzdálenosti jedné astronomické jednotky (poloměr dráhy označme r_d), tedy na Zemi. Intenzita záření je nepřímo úměrná čtverci vzdálenosti. V našem případě budeme počítat s kruhovou drahou Země, neboť excentricita elipsy, po které Země Slunce obíhá je minimální a náš výsledek příliš neovlivní. Intenzitu záření označme I . Platí

$$I = \frac{L}{4\pi r_d^2} = \frac{R_S^2 \sigma T^4}{r_d^2}.$$

Následně musíme vzít v úvahu, že velikost Slunce a Země je odlišná, tedy spočteme pouze energii, resp. zářivý výkon, který dopadne na povrch Země. Zářivý výkon, který dopadne na Zemi indexujeme písmenkem Z, tedy

$$L_Z = I\pi R_Z^2 = \frac{\pi R_Z^2 R_S^2 \sigma T^4}{r_d^2}.$$

V tuto chvíli můžeme opět použít Stefan-Boltzmannův zákon, ale tentokrát pro Zemi,

$$L_Z = 4\pi R_Z^2 \sigma T_Z^4.$$

Nyní využijeme toho, že efektivní teplotu Země známe ze zadání. Protože v našich úvahách uvažujeme, že Země je absolutně černým tělesem, není nutné počítat s nějakou další interakcí. Položíme rovny oba výrazy pro L_Z .

$$4\pi R_Z^2 \sigma T_Z^4 = \frac{\pi R_Z^2 R_S^2 \sigma T^4}{r_d^2}.$$

Hledaná efektivní teplota Slunce je

$$T = T_Z \sqrt[4]{\left(\frac{4r_d^2}{R_S}\right)}.$$

Poměr poloměru Slunce a vzdálenosti Země od Slunce je úhlový poloměr Slunce (udávaná hodnota je půl stupně). Po dosazení vychází teplota okolo 5600 K. Tato hodnota se velmi úspěšně blíží hodnotě běžně udávaných 5778 K.

Jana Poledniková

janap@fykos.mff.cuni.cz