

23. ročník, úloha V. E ... ozvěna !!! chybí statistiky !!!

Když stojíte v malém prostoru a zahučíte správný tón, můžete objevit jeho rezonanční frekvenci. Protože rezonanční frekvence přímo souvisí s rozměry rezonátoru, umíme je z její znalosti určit. Vyhlédněte si doma vhodnou místnost (ideální jsou malé rozměry a holé stěny; třeba toaleta), tímto způsobem ji změřte a porovnejte výsledky se skutečností.

Na záchodě si notoval Jakub Michálek.

Nejdříve je potřeba se zamyslet na tím, co to je vlastně zvuk. Náš ušní bubínek či mikrofon reagují na změny tlaku vzduchu. Tyto změny jsou však velmi malé v porovnání s atmosférickým tlakem.

Zamysleme se nejdříve nad tím, co se děje v místnosti, když začneme vyluzovat jistý zvuk. Zvuková vlna, resp. oblast, kde je zvýšený tlak vzduchu, se začne šířit od reproduktoru nebo hudebního nástroje atp. Narazí-li zvuková vlna na zeď, odrazí se, toto odrazení vlny je analogické odrazu vlny na volném konci provázku. Takto odražená vlna začne postupovat stejnou rychlostí zpět, kde ale opět narazí na protější zeď, od této se opět odrazí a tak dále. Jak ale všichni dobře víme, všechny takto odražené vlny spolu začnou interferovat. Pokud nebude násobek jejich délky půlvlny roven rozměru místnosti, tak dojde k destruktivní interferenci a pokud bychom měli dokonale odrazivé stěny, tak bychom neslyšeli nic. Avšak v našem případě začne intenzita velmi rychle klesat, budeme-li se vzdalovat od rezonanční frekvence.

Teorie

Nyní se podívejme, jak úlohu řešit analyticky. Pro vlnění obecně platí vlnová rovnice

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0,$$

kde $p = p(x, y, z, t)$ značí tlak v místnosti a c je rychlost šíření zvuku.

Nechť rozměry místnosti tvaru kvádra jsou a, b, c . Jakožto okrajovou podmínku uvažujeme maximální tlak na stěnách místnosti. Proto budeme řešení hledat ve tvaru

$$p(x, y, z, t) = p_0 \cos\left(\frac{k\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{l\pi}{b}y\right) \cos\left(\frac{m\pi}{c}z\right) \cos(\omega t),$$

kde p_0 je konstanta a $k, l, m \in \mathbb{Z}$. Dosadíme-li do vlnové rovnice dostáváme známý vztah pro frekvenci vlnění v rezonátoru pravoúhlého tvaru

$$f_{klm} = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{k}{a}\right)^2 + \left(\frac{l}{b}\right)^2 + \left(\frac{m}{c}\right)^2}. \quad (1)$$

Postup měření

Nejdříve změříme ku příkladu svinovacím metrem rozměry místnosti. Toto měření bychom měli provádět na několika různých místech, abychom se vyvarovali hrubých chyb měření a také abychom mohli určit chybu měření rozměrů místnosti.

Způsobů, jak proměřit rezonanční frekvence, je mnoho. Někteří řešitelé použili hudebního nástroje ke generování tónu a vlastní sluch pro nalezení maximální intenzity.

Další metodou je použití počítače. Do měřeného prostoru umístíme reproduktor a mikrofon. Do reproduktoru budeme přehrávat zvuky různých frekvencí a měřit hlasitost uvnitř místnosti pomocí mikrofonu. Jsou v podstatě dvě možnosti, jaký zvuk přehrávat v reproduktorech; jednak to může být zvuk s kontinuálně se zvyšující frekvencí, jednak to může být šum.

Při měření jsme použili šumovou metodu. Pokud totiž přehrajeme šum, a vzniklý záznam opět přehrajeme v místnosti, docílíme velmi silného zesílení právě rezonančních frekvencí a potlačení ostatních. Výsledný záznam převedeme pomocí Fourierovy transformace do frekvenčního spektra. Mezní rozlišovací schopnost odpovídá tzv. Nynquistově frekvenci. Měřitelné jsou tyto frekvence

$$\omega_n = \frac{2\pi k}{n\Delta t},$$

kde Δt je vzorkovací frekvence, n je počet vzorků a $k \in \{0, 1, \dots, n/2\}$. Proto je mezní rozlišovací schopnost

$$\Delta f = \frac{1}{n\Delta t}.$$

Další používaná, ne však úplně správná metoda měření spočívá v diskrétní změně přehrávané frekvence. Tato metoda však nemusí postihnout všechna maxima, která jsou užší než volený frekvenční skok.

Měření

Zamysleme se nejdříve nad tím, co bychom měli změřit. Rezonanční frekvence se budou opakovaným přehráváním nahrávky zesilovat a nerezonanční frekvence se budou oslabovat. Problém je, že kromě nerezonančních frekvencí se oslabují i slabší rezonanční a dalším problémem je samotné měřicí zařízení. Používaný mikrofon jistě nemá stejnou odezvu na podnět pro různé frekvence. Je naprosto jisté, že na malé frekvence nebude tak citlivý, jako na frekvence střední a na vysoké bude opět méně citlivý. Je totiž optimalizován pro mluvenou řeč.

Další slabinou je zpracování v programu Audacity. Zde je bohužel možno zpracovávat pomocí FT maximálně 16384 vzorků. Proto je mezní frekvenční rozlišovací schopnost 3 Hz. Fitováním maxima se však lze dosáhnout rozlišovací schopnosti 1 Hz.

Nejdříve jsme změřili svinovacím metrem rozměry místnosti každý v různých místech, abychom tyto rozměry změřili co nej přesněji. Vlastní chyba měření svinovacím metrem byla 0,5 cm. Změřené rozměry místnosti jsou:

$$a = (2,788 \pm 0,010)\text{m},$$

$$b = (2,788 \pm 0,010)\text{m},$$

$$a = (2,966 \pm 0,010)\text{m}.$$

Teplota v místnosti byla $(25 \pm 1)^\circ\text{C}$. Proto rychlost zvuku je¹ $c = (345,1 \pm 0,5)\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

Protože je rezonančních frekvencí je mnoho a pro vyšší frekvence jsou si velmi blízké, převážně pokud jde o vyšší frekvence, je prakticky nemožné ze změřených maxim určit, jaké frekvenci f_{klm} odpovídají. Další vadou na kráse je i fakt, že místnost, jež jsme použili, nebyla úplně prázdná – uvnitř zůstalo umyvadlo a skříň. Skříň byla obložena matracemi, tedy její vliv na měření byl minimální, avšak umyvadlo zde mohlo způsobit posunutí maxim ve frekvenční charakteristice, ale také další falešná maxima.

Pokusíme se proto spíše o opačný postup: ze změřených rezonančních frekvencí se pokusíme odhadnout, jakému módu přísluší, a tím ověříme teorii.

Přímé měření by šlo provést pouze pokud by se nám povedlo přesně změřit módy 100, 010 a 001. Dále bychom mohli extrapolovat další rezonanční frekvence a nakonec přes všechny takto

¹⁾ <http://www.sengpielaudio.com/calculator-speedsound.htm>

určené frekvence fitovat rozměry místnosti. Vzhledem k příliš veliké měřené místnosti, které odpovídají základní rezonanční frekvenci okolo 60 Hz, kde mikrofon nesnímal dosti kvalitně, není tento postup možný.

Z rozměrů místnosti vycházejí následující teoretické rezonanční frekvence. Byly vypočteny ze vztahu (1).

Tabulka výsledků měření

k	l	m	f [Hz]	k	l	m	f [Hz]	k	l	m	f [Hz]
0	0	1	58	1	2	1	150	3	1	1	204
1	0	0	62	0	2	2	170	2	2	2	210
0	1	0	62	2	0	2	170	2	0	3	214
1	0	1	85	0	0	3	175	3	0	2	219
0	1	1	85	2	2	0	175	0	3	2	219
1	1	0	88	1	2	2	181	2	3	0	223
1	1	1	105	2	1	2	181	3	2	0	223
0	0	2	116	2	2	1	184	1	3	2	228
0	2	0	124	1	0	3	185	3	1	2	228
2	0	0	124	0	1	3	185	3	2	1	231
1	0	2	132	3	0	0	186	2	3	1	231
0	1	2	132	0	3	0	186	2	3	2	252
2	0	1	137	0	3	1	195	3	2	2	252
0	2	1	137	3	0	1	195	3	0	3	255
1	2	0	138	1	3	0	196	3	3	0	263
2	1	0	138	3	1	0	196	3	3	1	269
1	1	2	146	1	3	1	204	3	3	2	287
2	1	1	150								

První pozorovaný peak je na frekvenci 57 Hz, tento nejspíše odpovídá první harmonické ve směru m , teoretická hodnota je 58,2 Hz. Další, již patrnější peak je na frekvenci 64 Hz, což se řádově shoduje s první harmonickou ve směru k nebo l . Porovnáme-li další velká maxima 112 Hz a 124 Hz s teorií, lze vytyšit, že odpovídají módům 002 a 020 resp. 200. Třetí harmonické jsou naopak oproti druhým velmi slabé.

Jak je vidět z naměřených spekter, maxim je opravdu hodně a přesné namapování na teorii je téměř nemožné. Můžeme se ještě zkusit zamyslet nad tím, proč jsou některá maxima intenzivnější, než jiná. Jednak intenzita zvukového vjemu závisí na poloze reproduktoru; bude-li v uzlu bude přispívat mnohem méně než v kmitně. Dalším faktorem je poloha mikrofonu, který zachytí zvuk pouze v kmitně. Nakonec má na intenzitu vliv materiál stěn, podlahy a stropu, od kterých se zvuk odráží.

Diskuse

Jak je vidět z porovnání teorie a měření, první a druhé harmonické rozměry místnosti a a b byly změřeny dobře, ale výška místnosti, tj. rozměr c nebyl změřen správně, neboť odraz od podlahy, na které bylo lino, způsobil odchytku. Buď došlo k chybě při určení výšky místnosti nebo odraz zvukových vln probíhá jinde než na svrchní části lina, což je pravděpodobnější. Další chyby jsou zaneseny z důvodu nepravidelnosti měřené místnosti, tj. výklenky, obklady, ...

V celém měření dále není zanesena chyba mikrofonu, reproduktoru nebo zvukové karty. Tyto chyby jsou normálními prostředky neměřitelné.

Z praktického pohledu je toto měření velmi nepraktické pro zjištění rozměrů místnosti. Mnohem lepších výsledků bychom dosáhli, pokud bychom mikrofon i s reproduktorem umístili do trubky se stěnami, které absorbují zvuk. Takto bychom pozorovali pouze rezonance v jednom směru, které jsou frekvenčně ekvidistantně rozdělené. A změřili bychom jen jeden konkrétní rozměr místnosti velmi přesně.

Lukáš Ledvina

lukas1@fykos.mff.cuni.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty UK MFF. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci UK MFF a podporován Ústavem teoretické fyziky

UK MFF, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.

Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.