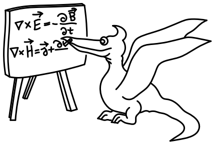


Seriál: Vzdálenosti a základní fyzikální vlastnosti

Vzdálenosti

Od minulého dílu už tušíme, jak popsat polohu objektů na nebeské sféře. Ale upřímně, chtělo by to našemu plochému obrazu dodat nějakou hloubku. Na první pohled je zjevné, že odhadnout vzdálenosti objektů není triviální, neboť každý objekt je jinak jasný. Pro srovnání, Proxima Centauri, nám nejbližší hvězda je vzdálená 4,2 světelného roku a na obloze je nepostřehnutelná bez dalekohledu, neboť její zdánlivá hvězdná velikost je 11,5 mag. Naproti tomu nejjasnější hvězda letního nebe, Vega ze souhvězdí Lyry (α Lyr) má zdánlivou hvězdnou velikost 0 mag a je vzdálená 25,3 světelných let. Jasnost objektu zjevně neindikuje jeho vzdálenost. Abychom určili vzdálenost objektu, museli bychom znát kupříkladu intensitu vyzařování, pak bychom mohli vzdálenost spočítat díky faktu, že intenzita klesá s kvadrátem vzdálenosti. Ale intenzitu přirozeně také neznáme. Jak tedy ven z kruhu?

Různá vzdálenost = různá jednotka

Intuitivně dokážeme říct, že Slunce je velmi blízko a cizí galaxie velmi daleko. A slovem velmi myslíme opravdu hodně řádů. Kilometry nám budou pro určování vzdáleností zjevně k ničemu. Stačí se podívat na vzdálenost Slunce[1]. Ta činí $1{,}496 \cdot 10^8$ km. Tuto vzdálenost nazýváme *astronomická jednotka* (AU). Pár milionů kilometrů pro astronomii není žádná vzdálenost, proto se použití této jednotky omezuje na sluneční soustavu, popřípadě na popis vzdálenosti hvězd v dvouhvězdném systému.

Používanější jednotkou je *světelný rok* (ly)[2]. Jedním z postulátů speciální teorie relativity je konečná rychlost světla c. Světelný rok zadefinujeme jako vzdálenost, jakou světlo urazí za rok. Jeden světelný rok je 63 241 AU, což je $9{,}461 \cdot 10^{12}$ km. Posunuli jsme se o pět řádů, ale to pořád nestačí. Samozřejmě můžeme použít i násobky, jako Mly, Gly atp.

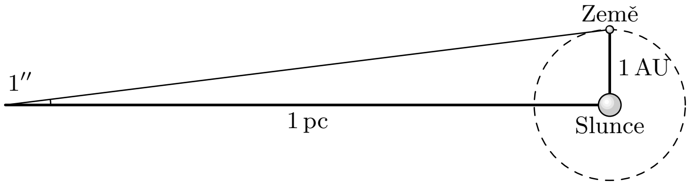
Nejpraktičtější jednotkou (protože největší) je *parsek* (pc). Je to vzdálenost z níž má jedna astronomická jednotka úhlový průměr jedné vteřiny. Přirozeně se pak používají násobky jako Mpc a Gpc (a víc už nikdy nepotřebujete). Převod je

$$1\,\mathrm{pc} \doteq 3{,}262\,\mathrm{ly} \doteq 206\,265\,\mathrm{AU} \doteq 3{,}086 \cdot 10^{13}\,\mathrm{km}$$

Jednotky jsme si zadefinovali, je na čase vzdálenost nějak změřit. Jak už bylo zmíněno, na intensitu se spoléhat nemůžeme. Dobrý návod nám dává poslední jednotka, parsek. Slovo parsek vlastně znamená paralaxa za sekundu. A v paralaxe bude spočívat první způsob měření vzdálenosti.

[1] Detaily o tom, jak se dá měřit vzdálenost Země – Slunce jsou k nalezení třeba na `http://fykos.cz/rocnik20/serie2.pdf`

[2] Tato jednotka je ve skutečnosti nejčastěji používána autory sci-fi knížek a filmů, protože prostě zní. V astronomické praxi až tak oblíbená není, stále je to málo.

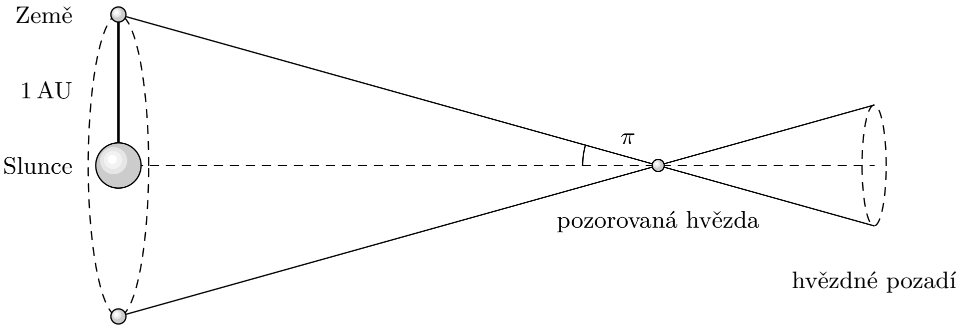


Obr. 1: Definice parseku

Jak se vzdálenost měří

Paralaxa

Hvězdy se nám na obloze jeví jako stálice. V průběhu noci se nám přirozeně nemění tvar souhvězdí, nicméně co když se na jednu hvězdu budeme dívat na jaře a na podzim. Bude její poloha stejná? Ukazuje se, že pro blízké hvězdy se poloha bude nepatrně měnit. Ilustrováno je to na obrázku 2.



Obr. 2: Roční paralaxa

Zdánlivý posun hvězdy na obloze je poměrně malý,[3] takže paralaxa byla poprvé změřena až v roce 1838 Fridrichem Besselem u hvězdy 61 Cygni. S paralaxou zjevně nejde obsáhnout celý vesmír. V roce 1989 byla změřena paralaxa u cca 100 000 hvězd pomocí družice Hipparcos (HIgh Precision PARallax COllecting Satellite), jejímž následovníkem bude (snad) družice Gaia, která bude mít ještě lepší rozlišení (Hipparcos měl rozlišení 0,002 arcsec). Převrácená hodnota paralaxy je vzdálenost našeho objektu.

$$d = \frac{1}{\operatorname{tg}\pi} \approx \frac{1}{\pi}.$$

Pořád se ale pohybujeme do vzdálenosti 1 600 ly, což vzhledem k velikosti vesmíru není moc. Opět srovnáme, vzdálenost k mlhovině v Orionu známé pod jménem M 42 se uvádí jako 1 800 ly. Tato mlhovina je součástí naší galaxie, takže zdaleka nehrozí, že bychom v rozumném vyjádření uměli vyjádřit vzdálenost k odlehlým galaxiím.

[3] Proxima Centauri, naše nejbližší hvězda po Slunci, má paralaxu $(0{,}7687 \pm 0{,}0003)$ arcsec.

Spektroskopická paralaxa

Z názvu by se snad mohlo zdát, že se jedná o další metodu určování vzdálenosti pomocí geometrie. Opak je pravdou. Tahle metoda má jeden podstatný háček, můžeme ji aplikovat pouze na hvězdy, z nichž pomocí spektrografu umíme získat spektrum a které jsou navíc v klidné části života a spalují v nitru vodík. Ze spektra hvězdy umíme odhadnout, jakého je hvězda typu a jak vyzařuje. Pomocí těchto informací umíme odhadnout absolutní hvězdnou velikost, kterou můžeme použít jako vstup do Pogsonovy rovnice. Relativní hvězdnou velikost umíme změřit.

$$m - M = 5 \log \frac{d}{1\,\mathrm{pc}}\,.$$

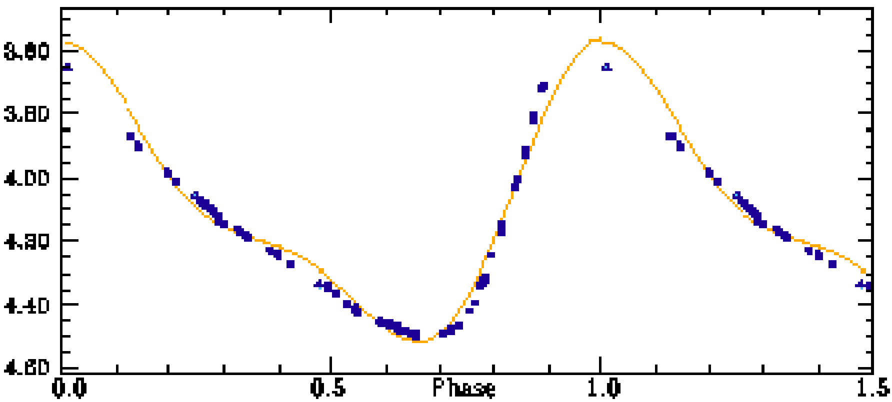
Limit této metody je cca 10 000 pc.

Cepheidy

Do ještě větších vzdáleností se můžeme podívat díky proměnným hvězdám, které v průběhu času mění svojí hvězdnou velikost. Takových hvězd je mnoho, ale jen jedna třída, nazvaná podle hvězdy δ Cep, *cepheidy*, se hodí k určování vzdáleností. Studiem cepheid se známými vzdálenostmi (z paralaxy) se zjistilo, že existuje empirický vztah mezi jejich jasností a periodou změn. Vztah vypadá takto

$$M_\mathrm{v} = -2{,}78 \log_{10} P - 1{,}35\,,$$

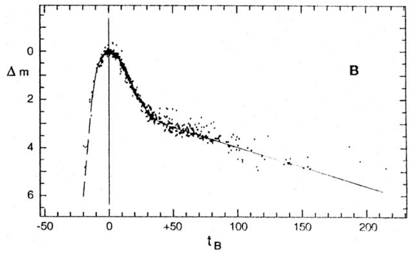
kde M_v je střední hodnota hvězdné velikosti. A známe-li M_v, umíme už určit vzdálenost z Pogsonovy rovnice. Cepheidy byly použity k určování vzdáleností galaxií. Pozorujeme-li nějakou galaxii a nalezneme v ní hvězdu s parametry cepheidy (opět je třeba získat spektrum), můžeme jednoduše zjistit její vzdálenost.



Obr. 3: Cepheida s katalogovým označením HIP 110991 (Zdroj: ESA, Hipparcos mission)

Supernovy typu Ia

O supernovách jako takových se budeme bavit později, pro tento okamžik je důležité, že existuje třída supernov, které vznikají zhroucením stejně hmotné třídy hvězd, tudíž je velmi dobře definováno, jakou maximální energii může takový výbuch supernovy uvolnit a jaká je tedy v čase maximální absolutní hvězdná velikost (pro vizuální pozorování je to $-(19{,}3 \pm 0{,}3)$ mag. Pak stačí dle jasnosti supernovy nakalibrovat na vzdálenost. Supernovy nám umožňují určit vzdálenost ve škále megaparseků, asi 500 krát dál než cepheidy.



Obr. 4: Data ze 22 pozorování supernov. Na svislé ose je zdánlivá hvězdná magnituda, na vodorovné čas od výbuchu supernovy ve dnech. (Zdroj: Cadonau 1987, PhD práce.)

Červený posuv

Měřítko kterým dosáhneme suverénně nejdál je červený posuv, označovaný písmenem z. Toto bezrozměrné číslo je schopno v praxi obsáhnout veškeré nám dosáhnutelné vzdálenosti. K měření červeného posuvu budeme potřebovat spektrum objektu. Nejčastěji se vyskytujícím prvkem ve vesmíru je bezesporu vodík, o kterém přesně víme, jak vypadá jeho spektrum. Najdeme-li spektrum nápadně podobné vodíkovému, ale posunuté směrem k červenému konci, můžeme určit červený posun.

$$z = \frac{\lambda_{\text{pozorované}} - \lambda_{\text{laboratorní}}}{\lambda_{\text{laboratorní}}} \,.$$

Červený posuv, který nás zajímá je dopplerovský[4], funguje pro něj vzorec

$$1 + z = \sqrt{\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}}} \approx \frac{v}{c} \,.$$

Vzdálenost můžeme dopočítat pomocí Hubbleovy konstanty[5]

$$H_0 = (73{,}8 \pm 2{,}4)\,(\mathrm{km/s})/\mathrm{Mpc}\,,$$

[4]Kosmologický červený posuv je v důsledkem expanze vesmíru, ten necháme prozatím ležet, stejně jako gravitační červený posuv, který je důsledkem přítomnosti extrémně hmotného tělesa, díky kterému se světlo z unikajícího objektu zdá červenější.

[5]Toto je hodnota Hubbleovy konstanty z měření Hubbleova vesmírného dalekohledu (HST) z roku 2011. V publikacích se můžeme nejčastěji setkat s hodnotami 70 (km/s)/Mpc nebo 71 (km/s)/Mpc. V každé publikaci je tedy třeba uvést, jaká hodnota je použita. Pro přehled historických měření je k dispozici stránka `https://www.cfa.harvard.edu/~dfabricant/huchra/hubble.plot.dat`.

která je konstantou úměrnosti mezi vzdáleností objektu a rychlostí jeho vzdalování se (přibližování) od nás. Hubbleova konstanta je určena experimentálně ze znalostí červeného posuvu a vzdálenosti objektů, určenou jinak než pomocí Hubbleovy konstanty[6]. Platí

$$v = H_0 d \,,$$

kde d je vzdálenost objektu a v je rychlost vzdalování (přibližování) objektu od nás, kterou můžeme dosadit do vztahu pro červený posuv.

Absolutně černé těleso

Jakýkoliv objekt zahřátý na nějakou teplotu vyzařuje světlo ve všech vlnových délkách. Hvězdy bezesporu září právě proto, že jsou teplé a vyzařují tedy v kontinuum, stejně jako absolutně černé těleso. Vtip je v tom, že všechny hvězdy nejsou stejně teplé a maximum vyzařování je pro každou teplotu na jiné vlnové délce.

Hvězdy by se nám tedy potenciálně mohly jevit různě barevné. Skutečně tomu tak je. Pokud se na zimní obloze podíváte do souhvězdí Oriona a vyhledáte podle mapky hvězdu Betelgeuze (pro začátečníky v nebeském hledání opět doporučujeme sáhnout po programu Stellarium, více minulý díl seriálu), nebo na jarní obloze hvězdu Arcturus ze souhvězdí Pastýře (Bootes), zjistíte, že tyto hvězdy se nám jeví oproti ostatním naoranžovělé. Znamená to, že maximální vlnová délka, na které vyzařují $\lambda_{\max}$ je posunuta k červenému konci viditelného spektra a hvězdy jsou poměrně chladné. V matematické formulaci je toto posunutí spektra, též Wienův posunovací zákon

$$\lambda_{\max} = \frac{hc}{akT} \,,$$

kde h je neredukovaná Planckova konstanta, c je rychlost světla a $a \doteq 2{,}821$[7].

Ještě důležitějším pro astrofyziku je Stefanův-Boltzmanův zákon, který dává do souvislosti efektivní teplotu objektu T_{ef}, luminositu (svítivost) L a plochu S

$$L = S\sigma T_{\mathrm{ef}}^4 \,.$$

Zvlášť pro sféru

$$L = 4\pi R^2 \sigma T_{\mathrm{ef}}^4 \,.$$

Stefan-Boltzmanova konstanta $\sigma = 5{,}670400 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{J{\cdot}s^{-1}{\cdot}m^{-2}{\cdot}K^{-4}}$. Efektivní teplota je definována na povrchu hvězdy, neříká nám nic o tom, jaké procesy se dějí ve hvězdném nitru. Nicméně i taková veličina nám může být velmi užitečná k hrubému přiřazení hvězd do tříd. Efektivní teplotu zjišťujeme pomocí povrchového toku, který klesá s druhou mocninou vzdálenosti od objektu. Tok označíme F a můžeme psát

$$F_{\mathrm{povrch}} = \sigma T_{\mathrm{ef}}^4 \,.$$

Předchozími dvěma zákony jsme popsali jak se chová křivka pro vyzařování černého tělesa, chtělo by to ještě vyjádřit křivku samotnou. Tu lze popsat pomocí Planckovy funkce

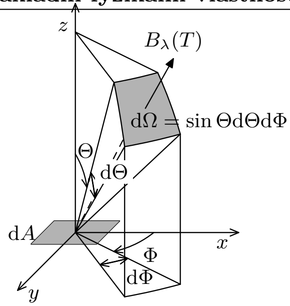
$$B_\lambda(T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{kT\lambda}} - 1} \,.$$

[6] Pozor! Hubbleova konstanta, ač je podle názvu konstantní, rozhodně konstantní není. Naopak je funkcí červeného posuvu. Zajímáme-li se o mladý vesmír, musíme vzít v úvahu jinou hodnotu, než používáme pro současná pozorování.

[7] Jde o kořen rovnice $x\mathrm{e}^x - 3\mathrm{e}^x - 3 = 0$.

Planckova funkce nám dává mocný nástroj pro vyjádření nejedné fyzikální veličiny. Kupříkladu budeme-li se zajímat o energii vyzářenou na intervalu $\langle\lambda, \lambda+\mathrm{d}\lambda\rangle$ do prostorového úhlu $\mathrm{d}\Omega = \sin\Theta\mathrm{d}\Theta\mathrm{d}\Phi$ přes plochu $\mathrm{d}S$, kde těleso má teplotu T, jednoduše napíšeme

$$B_\lambda(T)\mathrm{d}\lambda\mathrm{d}S\ \cos\Theta\mathrm{d}\Omega = B_\lambda(T)\mathrm{d}\lambda\mathrm{d}S\cos\Theta\sin\Theta\mathrm{d}\Theta\mathrm{d}\Phi\,.$$



Obr. 5: Vyzařování do úhlu $\mathrm{d}\Omega$

Z Planckova vyzařovacího zákona umíme odvodit třeba monochromatickou luminositu. Předpokládejme, že absolutně černé těleso vyzařuje izotropicky. Energie vyzářená za sekundu v infinitezimálním intervalu vlnových délek $\langle\lambda, \lambda+\mathrm{d}\lambda\rangle$ je

$$L_\lambda\mathrm{d}\lambda = \int_{\Phi=0}^{2\pi}\int_{\Theta=-\pi/2}^{\pi/2}\int_S B_\lambda\mathrm{d}\lambda\mathrm{d}S\cos\Theta\sin\Theta\mathrm{d}\Theta\mathrm{d}\Phi.$$

Výraz prointegrujeme a vzpomeneme si na Stefanův-Boltzmanův zákon a vyjádření luminosity. Samozřejmě se pořád pohybujeme na sféře.

$$\begin{aligned} L_\lambda\mathrm{d}\lambda &= 4\pi R^2 B_\lambda\mathrm{d}\lambda \\ &= \frac{8\pi^2R^2hc^2/\lambda^5}{e^{hc/\lambda kT}-1}\mathrm{d}\lambda\,. \end{aligned}$$

Z monochromatické luminosity je také možné získat monochromatický světelný tok, stejně jako pro tok ve všech vlnových délkách, zde stačí použít zákon o obrácených čtvercích:

$$F_\lambda\mathrm{d}\lambda = \frac{L_\lambda}{4\pi r^2}\mathrm{d}\lambda = \frac{2\pi hc^2/\lambda^5}{e^{hc/\lambda kT}-1}\left(\frac{R}{d}\right)^2\mathrm{d}\lambda.$$

Malé d je vzdálenost ke hvězdě. Monochromatický tok můžeme považovat za počet joulů v interval u $\langle\lambda, \lambda+\mathrm{d}\lambda\rangle$, které dopadnou za sekundu na jeden čtvereční metr detektoru namířeného na hvězdu. Samozřejmě nepočítáme s žádnou absorpcí atp.

K čemu všemu v astrofyzice použít aproximaci černým tělesem? V prvním přiblížení se hvězdy chovají jako černá tělesa. Toto přiblížení je velmi hrubé, stačí se podívat na záznam ze spektrografu. Je patrné, že ve spektru hvězd najdeme čáry (ať už absorpční nebo v méně případech emisní). Černé těleso tedy zůstane pouze rozumně použitelným modelem, ze kterého lze odhadnout základní charakteristiky hvězd. Pomocí nich můžeme v zásadě uvažovat i nad děním ve hvězdném nitru, nicméně jak se dostaneme mimo centrum hvězdy samotné, musíme opět začít uvažovat o absorpcích a emisích prvků v hvězdě obsažených.

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.