Úloha VI.S ... seriálová

6 bodů; průměr 2,39; řešilo 23 studentů

a) *Vyjděte z Newtonova modelu vesmíru odvozeného v seriálu. Pro $E = 0$ vyřešte případ, kdy se vesmír rozpíná a hustota energie vakua se nemění. Odhadněte, jaká je na základě tohoto modelu budoucnost vesmíru.*

b) *Pokud je vesmír plný hvězd, jistě k nám dřív nebo později dorazí světlo z každé hvězdy. Jak je možné, že je i přesto v noci tma? Zdůvodnění zkuste podpořit i kvantitativními odhady.*

c) *V seriálu je uvedeno, jak odvodit existenci temné hmoty na kupě galaxií pomocí poměrně jednoduchého modelu. Zkuste navrhnout další způsob, jak dokázat existenci temné hmoty v kupách galaxií. Není třeba nutně podpořit výpočtem, stačí jednoduchý návrh.*

Janapka.

$E = 0$

Vyjdeme z obdobného výpočtu, který byl uveden v textu seriálu, ale jako podmínky vezmeme $\varrho = \varrho_0$ a $M = M_0 R^3$. Pro rozpínající vesmír tak bude platit, že síla na jednotku hmotnosti bude úměrná R:

$$\frac{3\dot{R}^2}{8\pi G R^2} = \varrho = \varrho_0\,,$$
$$\frac{\dot{R}}{R} = \sqrt{\frac{8G\pi\varrho_0}{3}} = H_0\,.$$

Vyřešíme metodou separace proměnných

$$\frac{\mathrm{d}R}{R} = H_0 \mathrm{d}t\,,$$
$$\ln R = H_0 t\,,$$
$$R = \mathrm{e}^{H_0 t}.$$

Potom můžeme napsat

$$\varrho = \varrho_0 = \frac{3H_0^2}{8\pi G}\,,$$
$$H = H_0\,,$$
$$q = -\frac{R\ddot{R}}{R^2} = -1\,.$$

Co takový výsledek v praxi bude znamenat? Vesmír by neprošel Velkým Třeskem, ale prošel by fází rychlého rozepnutí, inflace. Stejně tak by se dalo říct, že by se nadále rozpínal. Na rozdíl od případu v textu seriálu je tento model aplikovatelný i na větší vzdálenosti. Stran budoucnosti vesmíru naznačuje, že vesmír se bude rozepínat nade všechny meze, jinak řečeno jeho rozpínání se nijak nezbrzdí a bude se rozpínat donekonečna.

Tmavé noci

Formulace tohoto problému je ve skutečnosti formulace paradoxu tmavé oblohy, na který jsme narazili už v minulé sérii. Paradox říká, že pokud je vesmír nekonečně velký, muselo by naše nebe být pokryto miliardami hvězd a obloha by vlastně i v noci zářila podobně jako ve dne. Kde je problém? Samozřejmě prvotně v tom, že hvězdy nejsou natolik výkonné, aby osvítily tmavý vesmír. Zároveň musíme brát v úvahu i fakt, že vesmír se rozpíná a cokoli se pohybuje od nás, vykazuje posun do dlouhovlnné části spektra. Hvězdy tak vlastně ani nemají šanci k nám dosvítit.

Stranou této úvahy je třeba si uvědomit, že hvězdy vnímáme jako zářící body a ne jako kotoučky. Hrubým odhadem hvězdy překrývají řádově 10^{-13} výměry oblohy. A to bereme v úvahu pouze hvězdy z naší galaxie. Pro extragalaktické objekty to bude výměra ještě menší. Zkusme se zajímat třeba čistě o to, jak by musela vypadat naše Galaxie, aby obloha byla jasná i v noci. Nejprve by musela mít 10^{13}-krát více hvězd. To je samo o sobě trochu těžké splnit. Dále, kdybychom vzali v úvahu to, že vesmír má nějaké stáří a zajímali se nejenom o naši Galaxii, tak bychom museli nutně dojít k tomu, že světlo z hvězd musí mít čas k nám dojít. To by ale znamenalo, že nejstarší hvězdy by musely být staré alespoň 10^{10} let. K tak dlouhému vyzařování samozřejmě nemají energii, a to ani za předpokladu, že by se celá hmota hvězdy kompletně změnila na fotony, což, jak víme, je fyzikálně nemožné.

Z jednoduchých úvah tedy vyplývá, že hlavním důvodem je nedostatečný energetický výkon a krátký život hvězd vzhledem ke stáří a velikosti vesmíru.

Tmavá hmota

Nepřímo lze existenci temné hmoty dokázat poměrně prostým způsobem. Určením hmotnosti kupy galaxií, která neodpovídá tomu, co bychom očekávali z pozorování viditelné hmoty. Určit hmotnost kupy galaxií je docela nesnadný úkol. Určování pomocí luminosit a rotačních křivek je v tomto případě nepoužitelné. V seriálu byl uveden jeden z poměrně spolehlivých způsobů, a to využití viriálového teorému.

Další z metod je například gravitační čočkování. Kupa galaxií může sloužit jako docela slušná čočka, problém je samozřejmě s tím, že se musíme trefit do takové kupy galaxií, za kterou se ukrývají jasné objekty, jejichž světlo bude přes kupu galaxií ohnuto. Nicméně vzhledem k tomu, že kupy galaxií jsou poměrně běžné, je vysoká pravděpodobnost, že se člověk trefí a za kupou bude skrytý nějaký jasný objekt, jehož světlo bude čočkováno. Čočkovaný objekt je hmotnou kupou galaxií zdeformován a podle míry deformace lze zkonstruovat rozložení hmoty a odhadnout hmotnost celé kupy galaxie. Čočkování jasně ukazuje, že kupy jsou mnohem hmotnější než viditelná hmota a musí tedy obsahovat pro nás neviditelnou temnou hmotu.

Další přístup by mohl být ryze statistický. Ten předpovídá, že ze statistického postupu bychom měli očekávat existenci mnohem méně kup galaxií, než pozorujeme. Náhodně rozmístěné galaxie totiž nemají tendenci mezi sebou interagovat, pokud se nedostanou dostatečně blízko k sobě, aby se gravitačně ovlivňovaly. Pozorovaná hmota galaxií by jednoduše byla příliš malá na to, aby galaxie někdy nějakou kupu zformovaly. Samotné galaxie, ze kterých je kupa tvořena, tedy musí být hmotnější, než se nám na první pohled zdá. Dalším dobrým, staticky doložitelným argumentem, je rozložení galaxií v samotných kupách. Vypadá to, že kupy galaxií

jsou velmi rozlehlé, což by v případě nízké hmotnosti kupy a potažmo galaxií nebylo možné.

Jana Poledniková
janap@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty UK MFF. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci UK MFF a podporován Ústavem teoretické fyziky UK MFF, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence, navštivte http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/.