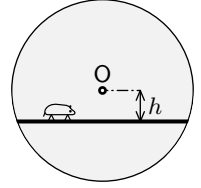


Úloha II.4 ... křeček

5 bodů; průměr 3,39; řešilo 33 studentů

Rado si pro svého křečka Bobka přichystal speciální kolečko. Celá soustava se může otáčet okolo osy procházející bodem O , který je středem kolečka, a ke kolečku je vodorovně připojená deska ve vzdálenosti h od osy rotace, viz obrázek. Jak se má křeček Bobek pohybovat po desce, aby deska zůstala po celou dobu pohybu vodorovně? Koeficient tření mezi křečkem a deskou je f .

Rado se pečlivě stará o svého křečka.



Najprv sa pozrime na celú situáciu bez škrečka, kedy doska stojí vodorovne. Ťažisko dosky je presne v jej strede, takže nevytvára žiadny moment sily vzhľadom na os prechádzajúcu stredom O . Celá sústava je v pokoji, nič sa neotáča.

Položme teraz škrečka na dosku (ak škrečka položíme do stredu dosky, tak nastane predchádzajúci prípad) a pozorujme, čo sa deje. Škrečok teraz vytvára nenulový moment sily

$$M_1 = mg(\sin \alpha)R = mgx,$$

pôsobiaci na dosku vzhľadom na os prechádzajúcu stredom O . Celé kolečko sa teraz otáča proti smeru hodinových ručičiek.

Na to, aby sa kolečko neotáčalo, musí platiť rovnováha momentov síl pôsobiacich na dosku vzhľadom na os prechádzajúcu stredom O .

Odkiaľ sa teda musí zobrať ďalší moment sily, ktorý zabezpečí, aby sa kolečko neotáčalo? Nech sa teda škrečok rozbehne napravo so zrychlením a . Škrečok sa po doske dokáže pohybovať vďaka treniu medzi ním a doskou. Zároveň však podľa zákona akcie a reakcie ale pôsobí škrečok na dosku silou $F = -ma$, teda vytvára moment sily

$$M_2 = mgf(\cos \alpha)R = -ma(\cos \alpha)R = -mah,$$

pôsobiaci na dosku vzhľadom na os prechádzajúcu stredom O . Z rovnováhy momentov síl $M_1 = M_2$ pôsobiacich na dosku vzhľadom na os prechádzajúcu bodom O dostávame

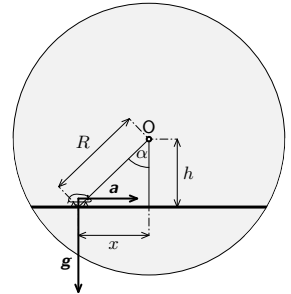
$$a = -\frac{g}{h}x,$$

kde vidíme, že na to, aby bol celý systém stále v klude je potrebné, aby sa škrečok pohyboval harmonickým pohybom s uhlovou frekvenciou $\omega^2 = g/h$.

Pár záverenných poznámok. Prečo sme dostali práve $a \sim -x$, a nie $a \sim x$? Na to si však musíme uvedomiť, že a je zrychlenie škrečka, nie dosky. Ďalej pre koeficient trenia f medzi doskou a škrečkom platí, že veľkosť $gf \leq a$, z čoho dostávame, že maximálna výchylka škrečka nemôže byť hociaká, ale môže nadobúdať iba hodnoty z intervalu $(-fh, fh)$.

Poznámky k došlým riešeniam

Niektorý riešitelia dostali „až“ na znamienko rovnice pre kmitavý pohyb. Trebalo si však poriadne rozmyslieť, kde a akým smerom pôsobí ktorá sila. Formálne je to iba znamienko, no fyzikálne sú to principiálne odlišné rovnice. Ďalej bola pomerne častá chyba uvažovanie maximálnej amplitúdy pohybu ako $\sqrt{R^2 - h^2}$, čo je však nesprávne, dôvod sme vysvetlili vyššie.



Našli sa však aj kreatívny riešitelia, ktorý riešili úlohu prizvaním Bobkových kamarátov aby mu pomohli balancovať celé koleso svojou prítomnosťou.

Radomír Gajdošoci
radomir@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported. Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.