Úloha III.2 ... padni komu padni

2 body; průměr 1,75; řešilo 51 studentů

Pustíme z klidu z ruky kuličku o průměru r ze střechy dolů. Předpokládejme, že můžeme zanedbat odpor vzduchu. Jaký se nám bude jevit poloměr této kuličky v závislosti na čase? Předpokládejme, že se na kuličku díváme přímo ze shora a že v okamžiku upuštění kuličky byla x_0 pod našima očima.

Karla přepadl nápad.

Kulička se bude pohybovat s konstantním zrychlením směrem dolů. Závislost vzdálenosti kuličky od očí na čase můžeme vyjádřit jako

$$x(t) = x_0 + \frac{1}{2}gt^2\,,$$

kde g je tíhové zrychlení.

Dále se zamysleme nad tím, jak se nám jeví průměr kuličky. Kuličku vidíme pod úhlem φ. Je-li $r \ll x_0$, můžeme si místo kuličky představit kruh o stejném poloměru a psát

$$\operatorname{tg}\frac{\varphi}{2} = \frac{\frac{r}{2}}{x(t)}\,.$$

Díváme-li se stále na vzdalující se kuličku (tedy zmenšuje-li se úhel φ), můžeme buď poznat, že se vzdaluje, nebo se nám může zdát, že je stále na místě (tedy stále vzdálená x_0 od našeho oka) a její průměr se zmenšuje, což je právě situace, kterou řešíme. Označíme zdánlivý poloměr kuličky r_z (tedy takový poloměr, jaký by měla kulička ve vzdálenosti x_0, aby se nám jevila stejně velká jako kulička o poloměru r vzdálená x). Z podobnosti trojúhelníků plyne

$$\frac{r}{x(t)} = \frac{r_\mathrm{z}(t)}{x_0}$$

a po dosazení vztahu pro vzdálenost můžeme vyjádřit

$$r_\mathrm{z}(t) = \frac{x_0}{x(t)}r = \frac{x_0}{x_0 + \frac{1}{2}gt^2}r\,.$$

Tomáš Pikálek
`pikos@fykos.cz`