



Seriál: Spektrální

Po minulém technickém dílu se dnes podíváme již na fyzikální důsledky našich výpočtů. Nejprve zkonstruujeme spektrum otevřených strun a povíme si také o uzavřených strunách. Následně shrneme problémy námi vybudované teorie bosonových strun a nastíníme jejich řešení. Závěrem si povíme něco o aplikacích teorie strun.

Spektrum struny

Uhodíme-li do struny natažené mezi dvěma body, začne kmitat. Jak už víme, struna může kmitat s různými módy. V případě kvantové struny odpovídají tyto módy různým částicím.

Z minulého dílu víme, že Hamiltonián (operátor časového vývoje v kvantové teorii) struny má tvar

$$\hat{H} = \alpha' \sum_{I=2}^d p^I p^I + \sum_{j=-\infty}^{\infty} \sum_{I=2}^d j a_j^{\dagger I} a_j^I - 1. \quad (1)$$

První člen v Hamiltoniánu má (až na konstantu) tvar jako Hamiltonián volné částice. Je to suma přes všechny nezávislé prostorové složky hybnosti umocněné na druhou. Zapomeneme-li na chvíli na druhý člen, můžeme strunu považovat za volnou částici. První člen tedy vystihuje pohyb těžiště struny. Vlastní stavy operátoru hybnosti můžeme pro jednoduchost označovat $|p^1, p^2, \dots, p^d\rangle$, kde p^1, p^2, \dots, p^d jsou konkrétní číselné hodnoty hybnosti, které operátor na stavu nabývá.

Druhá část je nám také povědomá. V příkladu k minulému dílu seriálu jsme podobné členy (opět až na konstanty) viděli v případě harmonického oscilátoru. Spektrum jsme zkonstruovali aplikací operátorů a^\dagger na vakuum. Tady máme naprosto stejnou situaci, jen máme členů odpovídajícím harmonickému oscilátoru nekonečně mnoho. Každému prostorovému směru $I = 2, \dots, d$ a každému indexu j číslujícímu módy, na kterém struna kmitá v daném směru, odpovídá jeden takzvaný kreační operátor $a_j^{\dagger I}$.

V našem případě ale máme ještě navíc první člen, který je ale na druhém úplně nezávislý. Budeme proto stavům $|p^1, p^2, \dots, p^d\rangle$ říkat *vakua*, protože je to vlastně jen pozadí vůbec neovlivňující život kmitajících módů na struně. Můžeme si to představit tak, že sledujeme strunu z pohledu soustavy spjaté s jejím těžištěm. Různé stavy struny pak dostaneme aplikací kreačních operátorů na tyto naše vakua.¹

Podívejme se, jak situace vypadá při aplikaci malého množství kreačních operátorů. Nejprve uvažujeme samotná vakua

$$|p^1, p^2, \dots, p^d\rangle.$$

¹Stejně jako v případě harmonického oscilátoru splňuje naše vakuum $a_j^I |p^1, p^2, \dots, p^d\rangle = 0$ pro všechny indexy j a I .

Tyto stavy odpovídají částici pohybující se hybností se složkami p^1, p^2, \dots, p^d . Jaká je hmotnost této částice? Jelikož jsme slíbili, že v tomto dílu již nebudeme počítat, napíšeme vztah pro hmotnost struny rovnou²

$$M^2 = \frac{1}{\alpha'} \left(\sum_{j=1}^{\infty} j a_j^{\dagger I} a_j^I - 1 \right).$$

Všimněme si, že jde až na multiplikativní konstantu o poslední dva členy v Hamiltoniánu (1). V případě nejméně excitované struny dostáváme tedy hmotnost rovnu $M^2 = -1/\alpha'$. Všimněme si, že je hmotnost v tomto případě ryze imaginární. Takové částice se nazývají tachyony a povíme si o nich něco později.

Přejdeme k případu prvních excitovaných stavů. Druhá nejmenší možná hmotnost bude odpovídat působení jedním kreačním operátorem $a_1^{\dagger I}$. V případě zapůsobení více operátory bychom dostali větší hmotnost. Podobně bychom dostali větší hmotnost i v případě násobení $a_2^{\dagger I}$. Pro každý index $I = 2, \dots, d$ máme tedy stav

$$a_1^{\dagger I} |p^1, p^2, \dots, p^d\rangle.$$

Hmotnost částice odpovídající tomuto stavu vychází nulová, $M^2 = 0$. Obecný stav částice o dané hmotnosti můžeme vyjádřit jako lineární kombinaci těchto $d - 1$ stavů. Máme tedy vlastně vektorovou částici s $d - 1$ složkami a nulovou hmotností. V reálném světě se taková částice opravdu vyskytuje a je jí foton, kvantum světla, neboli částice zprostředkovávající elektromagnetickou interakci.

Zmíníme si už jen, že elektromagnetické pole je popsáno vektorovými veličinami \mathbf{E} a \mathbf{B} a že tyto veličiny lze s použitím Maxwellových rovnic určit z koeficientů naší $(d - 1)$ -složkové lineární kombinace. Nulová hmotnost fotonu je spojená s tím, že se ve vakuu pohybuje přesně rychlostí světla, která je jinak hmotným částicím zapovězená.

Další částice, tentokrát s hmotností $M^2 = 1/\alpha'$, můžeme získat dvěma způsoby. Máme pro $I = 2, \dots, d$ možnost

$$a_2^{\dagger I} |p^1, p^2, \dots, p^d\rangle,$$

a podobně pro dva indexy I, J lze získat částice

$$a_1^{\dagger I} a_1^{\dagger J} |p^1, p^2, \dots, p^d\rangle.$$

Na této hmotnostní škále dostáváme proto jednu vektorovou částici (první případ) a jednu tenzorovou částici (druhý případ), jejíž složky jsou číslovány dvěma indexy.

My už jsme na jednu tenzorovou veličinu se dvěma indexy narazili, a to v prvním díle seriálu, kdy jsme mluvili o obecné teorii relativity. Zakřivení časoprostoru jsme tehdy zakódovali do tzv. metrického tenzoru $g^{\mu\nu}$. Přirozeně nás napadá, že by částice, kterou jsme zde získali, mohla odpovídat částici tohoto gravitačního pole. Není tomu tak. Tenzorová částice, kterou jsme získali z otevřené struny, má nenulovou hmotnost, a to se nám nezamlouvá. Graviton však musí být částice nehmotná, podobně jako foton, jinak by nebyla gravitace dalekosahová.

Proč? Vzpomeňme na podobnost Coulombova zákona a Newtonova zákona gravitace. Částice se v obou případech přitahují (případně odpuzují), a to v libovolné vzdálenosti. Naopak například zmiňovaná slabá interakce má konečný dosah a částice příslušející této interakci jsou

²Tento vztah lze snadno odvodit z Hamiltoniánu uvedeného výše. Museli bychom však detailně diskutovat tzv. light-cone kalibraci a kvantování polí v light-cone souřadnicích. Diskuze je přímočará a poměrně nudná. Proto jsme se rozhodli ji vynechat.

hmotné. Gravitační vlny, vzruchy v gravitačním poli, se navíc v obecné teorii relativity šíří rychlostí světla. Proto pokud chceme získat kvantovou verzi teorie relativity, musí být graviton nehmotný.

Kdybychom provedli stejnou konstrukci i pro uzavřené struny, také bychom dostali tenzorovou částici, ale v tomto případě již s nulovou hmotností. Graviton tedy odpovídá excitaci uzavřené struny, zatímco foton odpovídá excitaci otevřené struny. Podobně bychom mohli pokračovat dále a konstruovat další částice z vyšších excitací otevřené a uzavřené struny. Vy si to vyzkoušíte na další hmotnostní škále v úloze k seriálu.

Kmitající problémy

Mohli bychom v tuto chvíli zajásat, že máme v ruce kvantovou teorii gravitace. Gravitaci popsanou jako kvantové excitace struny. Navíc se nám povedlo v rámci jedné teorie popsat také elektromagnetické pole. Zdá se, že teorie strun je sjednocující teorií gravitace a elektromagnetické interakce. Narážíme však na spoustu problémů.

Nejprve si všimněme, že excitace struny mohou dát dohromady nekonečně mnoho částic. My jich však pozorujeme jen konečně mnoho. Proč nevidíme všechny? Tomu se nemůžeme divit v případě, že je konstanta α' hodně malá. Pak je hmotnost excitací už na třetí hmotnostní hladině ohromně velká ($1/\alpha'$ je velké číslo). Produkce takových těžkých částic je možná jen v případě nesmírně energetických srážek. Takové energie se nám nepodařilo docílit zatím ani na největších urychlovačích.

Problém nekonečně mnoha částic se nám podařilo vyřešit. I když je částic nekonečně mnoho, něco nám tu přece jen schází. Zatím jsme totiž dokázali vyrobit pouze *bosony* (fotony, gravitony), částice odpovídající polím, ne každodenní hmotě. Hmota, ze které je například váš stůl v pokoji, je složena hlavně z *fermionů* (elektronů, kvarků), které excitací na naší struně nevrobíme. Naši právě představené teorii strun se proto říká *bosonová teorie strun*. Není však žádný problém bosonovou teorii strun rozšířit pomocí *supersymetrie*, která elegantně fermiony a bosony propojuje do jednoho velkého celku.

Této rozšířené teorii se říká *teorie superstrun*. My jsme se pro teď zabývali jen jednodušší bosonovou teorií, ale přechod k teorii superstrun je už jen o něco málo komplikovanější.

Jak už jsme si před pár odstavci pověděli, spektrum kvantových stavů struny obsahuje také stav s imaginární hmotností. Částice s imaginární hmotností se však musí pohybovat rychlostí větší než rychlost světla a máme tak zdánlivý rozpor s teorií relativity. Tachyonové stavy lze v některých případech odstranit také přechodem k teorii superstrun. I v teorii superstrun se však za některých podmínek, pokud struna končí na některých typech D-brán, může tachyon objevit.

Existenci tachyonu lze snadno pochopit v rámci kvantové teorie pole. Uvažujme, že máme tachyon popsaný veličinou φ (pole konstantní v celém prostoru). Uvažujme situaci, kdy je dynamika tachyonu popsána přibližným potenciálem ve tvaru

$$V(\varphi) = a + b\varphi^2 + c\varphi^3 + \dots,$$

kde tečky znázorňují členy odpovídající vyšším mocninám φ a a , b , c jsou konstanty. V teorii pole má hmotový člen v potenciálu však následující tvar

$$\frac{1}{2}m^2\varphi^2$$

a porovnáním s výrazem výše můžeme odečíst, že hmotnost musí být rovna

$$m^2 = 2b.$$

Co když je tedy konstanta b záporná? Pak je také záporná druhá mocnina hmotnosti a jedná se o tachyon. To odpovídá tomu, že má potenciál $V(\varphi)$ v nule zápornou druhou derivaci a jde o maximum potenciálu. Když si ale vzpomeneme na obrázek s kuličkami z druhého dílu seriálu, je nám jasné, že tato situace je neudržitelná. Maximum je nestabilní rovnovážný stav a částice má tendenci se při libovolném vyrušení posunout do minima potenciálu (tj. do *údolí*). V něm je ovšem druhá derivace potenciálu již kladná a při rozvinutí potenciálu kolem této hodnoty dostaneme člen, který odpovídá kladné druhé mocnině hmotnosti. Sklouznutí do minima tedy odpovídá okamžitému rozpadu na částici s kladnou hmotností.

I v případě tachyonu tedy půjde o stabilní stav a tachyon získá kladnou hmotnost. Předchozí tvrzení můžeme také formulovat tak, že je původní teorie nestabilní a tachyon má tendenci kondenzovat do stabilního stavu. To odpovídá tomu, že se původní nestabilní D-brána rozplyne. Tato takzvaná *tachyonová kondenzace* však není v částicové fyzice zas tak výjimečnou situací, jeden z nejslavnějších případů, kde je situace zcela obdobná, je *Higgsův boson*.

Posledním problémem, o kterém se zmíníme, je problém dimenze. Teorie strun, tak jak jsme ji vybudovali, bohužel není obecně Lorentzovsky invariantní, tj. je v rozporu s teorií relativity. K tomu ovšem nedochází tehdy, je-li dimenze časoprostoru rovna

$$D = d + 1 = 26.$$

Že by byl náš časoprostor 26-rozměrný? Už dvakrát nám z problémů pomohla teorie superstrun. Můžeme tedy čekat, že i zde povede přechod k této teorii na dimenzi $D = 4$ tak, jak bychom čekali. Není tomu ovšem tak! Teorie superstrun dává podmínku $D = 10$. To je už velká redukce původních 26 rozměrů. Co provést se zbylými šesti dimenzemi?

To, že další dimenze nevidíme, nemusí nutně znamenat, že neexistují. Kdyby totiž byly ostatní rozměry svinuté do malinkých ruliček, běžně bychom je nebyli schopni detekovat. Představme si například list papíru, který můžeme považovat za dvojrozměrný objekt. Pokud jej srolujeme do tenké trubičky a podíváme se na ni z dostatečné dálky, bude se nám jevit jako jednorozměrný objekt. Podobně když svineme neboli *kompaktifikujeme* další rozměry a čtyři klasické necháme rovné, z dálky už je nevidíme.

A zkoušel někdo, jestli je to všechno pravda?

Existují experimenty, které by mohly vést k objevu kompaktifikovaných extra dimenzí. Například lze studovat velice jemné odchylky od Newtonova zákona gravitace na malých vzdálenostech (menších než centimetr). Taková odchylka by signalizovala existenci vyšších dimenzí. Bohužel ale nic takového nebylo zatím pozorováno.

Přímé experimentální potvrzení výsledků teorie strun je zatím v nedohlednu. Přesto například objev částic, které předpovídá supersymetrie, by nám však naznačoval, že se ubíráme tím správným směrem. V CERNu bude po krátké pauze brzy opět v provozu velký srážecí hadronů a bude testovat (kromě dalších jevů) supersymetrii. Následující roky rozhodnou, zdali se bude teoretická fyzika ubírat „super-směrem“, nebo úplně jinudy.

Dalším klíčovým experimentem je průzkum fází vesmíru krátce po Velkém třesku. Možná jste zaznamenali v tomto kontextu převratné výsledky experimentu BICEP2 z minulého

měsíce. Tým vědců naměřil specifické vzorce v mikrovlnném pozadí,³ které dokládají existenci takzvaných *primordiálních* gravitačních vln.

Důležité jsou pro nás na výsledku týmu BICEP2 dvě věci. První důležitá věc je, že energetická škála, při které dokumentované procesy probíhaly, je jen o dva řády nižší než planckovská, kterou jste si mohli odvodit v prvním dílu seriálu. V dějích by se tedy již mohla otisknout slabá změna gravitace vzhledem ke kvantování. Druhý zásadní fakt je, že vzruchy budící nepřímo pozorované gravitační vlny jsou s vysokou pravděpodobností kvantového původu. To jest mohou za ně nejspíš přímo kvantové fluktuace v gravitačním poli. Každopádně je BICEP2 milníkem v historii fyziky, kdy lidstvo stojí na jakési pomyslné hranici v mnoha ohledech, ať už jde o kosmologii nebo fundamentální fyziku.

Závěr

V letošním seriálu o teorii strun jsme nastílnili stěžejní metody využívané v teoretické fyzice. Především se jednalo o základy teorie relativity, kvantové mechaniky, klasické mechaniky v řeči akce a některých matematických metod. Vše jsme prokládali diskuzí teorie strun. Umíme vyřešit pohybovou rovnici klasické struny, odvodit pohybové rovnice relativistické struny z Nambu-Gotovy akce, víme, jakým způsobem lze strunu nakvantovat a jaké jsou různé možné stavy struny.

Tím vším ale rozmanitost teorie strun nekončí, nýbrž začíná. Struny mohou například interagovat, mohou se spojovat a rozpojovat. Můžeme studovat superstruny a duality v této teorii nebo spoustu dalších aspektů. I kdyby se ukázalo, že teorie strun není správnou teorií kvantové gravitace, je přínosem v mnoha dalších oborech matematiky a fyziky, kde dnes hraje významnou roli.

A je konec seriálu o teorii strun. Pokud jste se dočetli až sem, gratulujeme. Tímto dílem seriálu se s vámi loučí Vojta a Mirek. Je nám potěšením předat štafetu tvůrců seriálu na příští rok někomu jinému. Doufáme, že se vám seriál líbil a někdy na viděnou.

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.

³Nejstarší světlo ve vesmíru vzniklé ve chvíli, kdy začal být vesmír po Velkém třesku *průhledný*.