

Úloha I.P ... rychlost světla

5 bodů; průměr 2,40; řešilo 100 studentů

Jaký by byl svět, ve kterém by byly stejné hodnoty fundamentálních fyzikálních konstant, jenom rychlost světla by byla pouze $c = 1\,000\text{ km}\cdot\text{hod}^{-1}$? Jaký by byl takový svět pro život na Zemi, život lidí? A bylo by vůbec možné, aby v takovém světě existovali lidé?

Karel zase navrhl neřešitelnou úlohu.

Toto riešenie nebude vôbec úplné. Totiž rýchlosť svetla je konštanta, ktorá sa vyskytuje všade. A keď sa povie všade, tak sa to prejaví skutočne v tolkých aspektoch, že by sa na to dala napísať celá hŕba kníh. A veru to sa i stalo. Teoretický fyzik *George Gamow* sa snažil v sérii kníh *Pan Tompkins...* popularizovať modernú vedu verejnosti. V prvej knihe *Pan Tompkins v ríši divů* (1940) sa snaží priblížiť aspekty špeciálnej a všeobecnej teórie relativity vykreslením sveta pri zmene rýchlosti svetla o niekoľko rádov.

A práve to je prvá oblasť, ktorej aspekty by nás napadli, že sa objavia pri zmene rýchlosti svetla. Veď rýchlosť $c = 1\,000\text{ km}\cdot\text{hod}^{-1} \approx 278\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ už je porovnateľná s rýchlosťami, s ktorými sa stretávame a dokonca niektoré ju prevyšujú. Auta na diaľnici dosahujú rýchlosti $130\text{ km}\cdot\text{hod}^{-1}$ (povedzme si na rovinu, niektoré i viac), čo je zároveň aj priemerná rýchlosť oblačnosti nad krajinou. Rýchlosť zvuku je približne $1\,200\text{ km}\cdot\text{hod}^{-1}$. Dopravné lietadlá dosahujú maximálne rýchlosti práve okolo $1\,000\text{ km}\cdot\text{hod}^{-1}$, raketoplány dokonca $28\,000\text{ km}\cdot\text{hod}^{-1}$. Geostacionárne družine oblietajú Zem rýchlosťou $11\,000\text{ km}\cdot\text{hod}^{-1}$ a nižšie družice sa musia pohybovať rýchlejšie, aby sa udržali na dráhe, a to rýchlosťou približne $28\,000\text{ km}\cdot\text{hod}^{-1}$. Rovnako rýchlosť rotácie Zeme na rovníku je približne $1\,700\text{ km}\cdot\text{hod}^{-1}$ a Zem sa dokonca pohybuje okolo Slnka priemernou rýchlosťou $107\,000\text{ km}\cdot\text{hod}^{-1}$.

Keďže podľa špeciálnej teórie relativity sa hmotné objekty nemôžu pohybovať rýchlejšie ako rýchlosť svetla, je jasné, že by to na Zemi nemohlo vyzeráť rovnako. Keď začnete zrýchľovať a približovať sa rýchlostiam porovnateľným rýchlosti svetla (napríklad jazdou v aute po diaľnici), začnú sa rozmery sveta v smere pohybu skracovať podľa vzťahu

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}},$$

kde l_0 je pôvodný rozmer v smere pohybu, v je rýchlosť pohybu a l je nový kratší rozmer. A zároveň bude sa vám ubiehať čas pomalšie, než ľuďom na Zemi a to cez vzťah

$$t = t_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}},$$

kde t_0 je čas ktorý ubehne ľuďom na Zemi a t je čas, ktorý prežijete v aute. Pre nášeho cestného piráta je to približne skrátenie rozmeru a času o 1 %.

Ďalším javom, ktorý bude pri takejto rýchlosti badateľný, je Dopplerov jav. Vravíte si, že veď Dopplerov jav je aj tak bežne pozorovať pri sanitkách a podobne? No ale tentokrát ho budete môcť pozorovať aj pri svetle. Veru tak, pri pohybu od zdroja svetla sa vám budú vlnové dĺžky predlžovať a smerom ku zdroju skracovať. Čo znamená, že sa bude meniť farba svetla, ktorú uvidíte. Vlnová dĺžka sa bude meniť podľa vzťahu

$$\lambda = \lambda_0 \sqrt{\frac{c - v}{c + v}},$$

kde λ je pozorovaná vlnová dĺžka svetla, λ_0 pôvodná vlnová dĺžka svetla a v rýchlosť pohybu ku zdroju. To znamená, že náš cestný pirát, ktorý ide rýchlosťou $v = 130\text{ km}\cdot\text{hod}^{-1}$ smerom

ku križovatke, na ktorej svieti jasná červená vlnovej dĺžky $\lambda_0 = 640 \text{ nm}$, tak vidí jasnú zelenú vlnovej dĺžky $\lambda = 560 \text{ nm}$ a cez križovatku v spokojnosti prejde. Asi väčšie prevrpenie budú mať šoféri, čo namiesto zelenej uvidia na semafore modrú farbu.

No ale keď sa už len pozrieme na rýchlosti makrosвета i mikrosвета, tak je naša nová hranica rýchlosti svetla mnohokrát prekračovaná a často i o niekoľko rádov. Preto bude svet vyzerat' inak. Má vôbec zmysel rozmýšlat', ako bude vyzerat'? Budeme tu môcť existovať? Nuž ani veľmi nie. Keď sa pozrieme na Schwarzschildov polomer R , ktorý vyjadruje kritický polomer, pri ktorom prechádza teleso v čiernu dieru. Ten závisí podľa vzťahu

$$R = \frac{2GM}{c^2},$$

kde G je gravitačná konštanta a M je hmotnosť telesa. Pre Zem hmotnosti $M_Z = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ dostávame približne polomer $R_Z = 1 \cdot 10^7 \text{ km}$, čo je poznateľne viac, než skutočný polomer Zeme. Naša planéta by bola čierna diera. A čoby len Zem, i Slnko by bolo čiernou dierou. Pomaly sa naskytá otázka, čo by nebolo čiernou dierou. Tak skúsime odhadnúť veľkosť objektov, ktoré sa nepremenia v čiernotu. Uvažujme teleso guľového tvaru polomeru R a odhadnutej hustoty $\rho \approx 5000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$. Hmotnosť takého telesa m teda bude

$$m = V\rho = \frac{4}{3}\pi R^3\rho,$$

kde V je objem telesa, gule. Dosadíme do Schwarzschildovho vzťahu, položíme Schwarzschildov polomer polomeru telesa a vyjadríme polomer. Dostaneme

$$R = \sqrt{\frac{3c^2}{8\pi\rho G}} \approx 170 \text{ km},$$

čo znamená, že planéty, planétky, asteroidy a iné vesmírne skaly väčšie ako tento polomer sa premenia na čierne diery. I naša hviezda Slnko, čo by znamenalo, že by nebol ani zdroj svetla, ktorý je pre existenciu nášho života dôležitý.

Otázka je rovnako, ako by sa správal vesmír. Vývoj vesmíru sa dá predpovedať Einsteinoými rovnicami poľa zo všeobecnej teórie relativity. Samozrejme, to už je iná partia. Ako sme už videli v prípade čiernych dier, tak zmenšenie rýchlosti svetla sa dá chápať ako relatívne zvýšenie gravitačnej konštanty alebo skôr relatívne zvýšenie účinnosti gravitácie. Preto môžeme odhadnúť podobný efekt na vývoj vesmíru. Vo vesmíre so silnejším prejavom gravitácie, by sme sa mohli dostať ku uzatvorenému typu vesmíru, ktorý časom môže skončiť veľkým kolapsom.

Samozrejme zmena rýchlosti svetla by mala veľa prejavov v bežnom živote i existencii života. Preto pri hodnotení riešení som uznával rozumné množstvo javov, nápaditosť a jedinečnosť.

Komentár k riešeniam

Medzi časté chyby, čo sa vyskytovali v riešeniach, boli tvrdenia, že zmenou rýchlosti svetla sa zmení veľkosť metra/škálovanie priestoru/škálovanie času. Jednotka meter bola historicky zvolená. Zmena definície metra by samozrejme zmenila rýchlosť svetla na rýchlosť v zadaní, ale zároveň by sa zmenili všetky iné konštanty, k ktorých sa meter vyskytuje. V tom sa tento prípad líši od zadaní úlohy. Iné fundamentálne konštanty by sa tiež zmenili.

Rovnako, keď sa v rovnici vyskytovala rýchlosť svetla, tak bol problém odhadnúť, ktoré veličiny/konštanty by sa zmenili a ktoré nie. Napríklad v prípade rovnice

$$c^2 = \frac{1}{\varepsilon_0\mu_0},$$

kde ε_0 je elektrická permitivita vákua a μ_0 magnetická permeabilita vákua. Při změně hodnoty rychlosti světla sa preto musí jedna, druhá alebo obe konštanty zmeniť, aby vzťah platil. Hodnota elektrickej permitivity vákua pochádza z Coulombovho zákona a je konštantou fundamentálnej sily – elektromagnetickej interakcie. Magnetizmus je prejav relativity. Keď sa skombinuje Coulombova sila s teóriou relativity, dostaneme magnetizmus. Magnetizmus je najstarší pozorovaný prejav teórie relativity. Preto zostane rovnaká elektrická permitivita a magnetická permeabilita sa zväčší. To znamená, že by boli magnetické sily omnoho silnejšie.

Samozrejme, zadanie nie je úplne jednoznačné, ktoré konštanty sú považované za fundamentálne. Dobrým príkladom na ukázanie tejto nejednoznačnosti je konštanta jemnej štruktúry α určená vzťahom

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c},$$

kde e je elementárny náboj a \hbar redukovaná Planckova konštanta. Táto konštanta je úplne bezrozmerná, a teda nezávisí na systéme jednotiek, ktorý používame. Je teda fundamentálnou konštantou. No ale ak by sa zmenila rýchlosť svetla, čo sa potom stane? Zmení sa α , \hbar , e , či ε_0 ? O ε_0 sme sa už vyjadrili, náboj elektrónu je takisto konštanta zo štandardného modelu a redukovaná Plancková konštanta je základná konštanta kvantovej mechaniky. Evidentne sme sa dostali do patovej situácie, a preto sa riešenie mohlo pojať viacerými spôsobmi. Buď si zvolíme, že sa zachovajú bezrozmerné fundamentálne konštanty alebo fundamentálne konštanty s rozmermi.

Pri konštante jemnej štruktúry ešte chvíľu ostaneme. Popularizačná literatúra uvádza, že zmena tejto konštanty o 4% by viedla k tomu, že by sa vo hviezdach pri fúzii netvoril uhlík. A teda život založený na uhlíku by nemohol existovať v takom svete. Dokonca sa uvádza, že ak $\alpha > 0,1$, tak by Coulombické odpudzovanie zabránilo akejkolvek nukleárnej fúzii. Človek by si pomaly aj začal myslieť, že niečo na tom antropickom princípe je.

Jakub Kocák
jakub@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported. Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.