

## Úloha II.3 ... týrání pístu

4 body; průměr 2,68; řešilo 76 studentů

Máme nádobu o konstantním průřezu, která obsahuje ideální plyn a píst ve výšce  $h$ . Píst nejprve rychle (tzn. prakticky adiabaticky) stlačíme do výšky  $h/2$ , podržíme ho, než nastane tepelná rovnováha s okolím, a pak ho pustíme. Do jaké výšky píst vystoupá ihned? Do jaké výšky vystoupá za dlouhou dobu? Nakreslete  $pV$  diagram. *Karel přemýšlel nad pístem.*

Najprv si uvedomíme celkom zjavnú vec. Keď má nádoba konštantný prierez  $S$ , tak jej aktuálny objem  $V_a$  je priamo úmerný aktuálnej výške pístu  $h_a$

$$V_a = Sh_a. \quad (1)$$

Stav plynu v nádobe budú charakterizovať stavové veličiny: objem  $V$ , tlak  $p$  a teplota  $T$ . Plyn prešiel nasledujúcim procesom. Na začiatku bol v stave 1 s pístom vo výške  $h$ . Potom prešiel adiabatickým stlačením do stavu 2 s pístom vo výške  $h/2$  (objem sa zmenšil, tlak a teplota zvýšili). Potom sa izochoricky ochladil na okolitú (počiatočnú) teplotu do stavu 3 (objem sa nemenil, teplota i tlak klesli). Uvoľnením písta sa adiabaticky rozťahol na okolitý tlak do stavu 4 (objem stúpol, tlak a teplota klesli). Nakoniec sa izobaricky zohrial na okolitú teplotu do stavu 5 (tlak sa nemenil, teplota a objem stúpili).

Ideálny plyn sa správa podľa stavovej rovnice

$$p_i V_i = nRT_i, \quad (2)$$

kde  $i$  je index pre rôzne stavy. Látkové množstvo plynu  $n$  sa v nádobe nemení, preto je pre všetky stavy rovnaké a nemusí sa špecifikovať indexom.

Najprv si ukážeme, že stavy 1 a 5 sú tie isté. V stave 1 mal plyn stavové veličiny  $p_1$ ,  $V_1$  a  $T_1$  a spĺňal stavovú rovnicu (2). Potom, čo plyn prešiel jeden vyššie popísaný proces, sa teplota plynu vyrovnala s okolím ( $T_5 = T_1$ ) a tlak plynu bol rovnaký ako okolitý ( $p_5 = p_1$ ). Podľa stavovej rovnice (2) musí teda byť aj objem rovnaký  $V_5 = V_1$  a stavy 1 a 5 sú rovnaké. Vieme teda povedať, že po dlhom čase vystúpa píst na pôvodnú výšku  $h$ .

Aby sme zistili, do akej výšky vystúpi píst ihneď, potrebujeme vedieť, z akého stavu sa adiabaticky rozťahuje. V stave 3 je teplota rovnaká ako teplota okolia ( $T_3 = T_1$ ) a píst držíme v polovičnej výške, preto bude aj objem polovičný oproti počiatočnému ( $V_3 = V_1/2$ ). Použitím stavovej rovnice (2) vieme dopočítať, že tlak bude dvojnásobný oproti okolitému ( $p_3 = 2p_1$ ).

Zo stavu 3 sa plyn adiabaticky rozopne na okolitý tlak ( $p_4 = p_1$ ). Pri adiabatickom deji platí

$$p_3 V_3^\kappa = p_4 V_4^\kappa,$$

kde  $\kappa$  je Poissonova konštanta plynu. Dosadením výrazov  $p_3$ ,  $V_3$  a  $p_4$  a vyjadrením  $V_4$  dostaneme

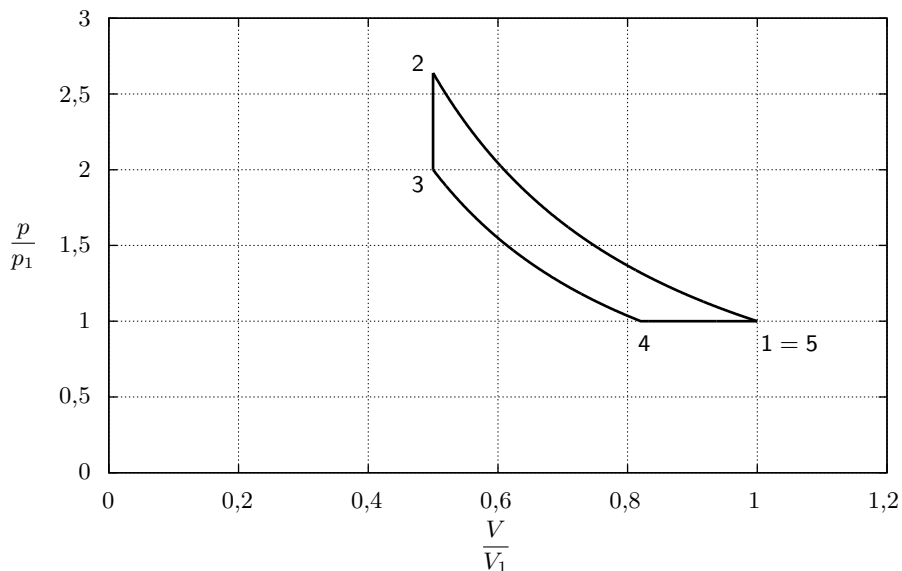
$$V_4 = V_1 \cdot 2^{\frac{1-\kappa}{\kappa}}.$$

Keďže sú objemy plynu a výšky priamoúmerné podľa (1), vieme povedať, do akej výšky  $h_4$  píst vystúpa

$$h_4 = h \cdot 2^{\frac{1-\kappa}{\kappa}},$$

čo vychádza napríklad pre vzduch ( $\kappa \approx 1,4$ ) približne 82 % pôvodnej výšky  $h$ .

Keď si celý proces vykreslíme v  $pV$  diagrame, dostaneme cyklus ako na obrázku 1.

Obr. 1: Relativný  $pV$  diagram cyklu plynu v nádobě pod piestom.

$pV$  diagram je urobený pre dvojatómový plyn (vzduch). Tlak i objem sú vyjadrené relatívne vzhľadom na počiatkové podmienky.

**Jakub Kocák**  
 jakub@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported. Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.