

Úloha III.3 ... jedeme z kopce

4 body; průměr 3,39; řešilo 44 studentů

Autem o hmotnosti M jedeme nahoru do kopce a dolů ze stejného kopce se sklonem α stejnou rychlostí v se zařazeným stejným převodovým stupněm, a tedy stejnými otáčkami motoru. Jaký je rozdíl tažného (do kopce) a brzdného (z kopce) výkonu motoru?

Napadlo Lukáše v kopci směrem na Rumburk.

Pokud se auto pohybuje přímočaře konstantní rychlostí, podle druhého Newtonova zákona je výslednice všech působících sil nulová. V našem případě stačí, pokud se vyrovná tečná složka ve směru jízdy auta, protože normálovou vždy vyrovná působení podložky.

Na auto působí odporové síly. Aniž bychom příliš rozebírali jejich velikost, tak to jsou především aerodynamický odpor, valivý odpor a třecí momenty v motoru, které budou působit vždy proti směru pohybu (což je sympatická vlastnost odporových sil), kdy se třecí moment přes kola (předpokládáme, že neprokluzují) převede na „běžnou“ odporovou sílu.

Další působící silou je tíhová síla, kterou rozdělíme na tečnou (ve směru pohybu) a normálovou složku. Velikost tíhové síly je Mg , z rozkladu sil pak zjistíme, že velikost tečné složky je rovna $Mg \sin \alpha$. Normálová složka je, jak už jsme zmínili, nezajímavá, neboť nevyčísľujeme valivý odpor, který je i tak zanedbatelný oproti aerodynamickému odporu prostředí.

Tečná složka v jednom případě (z kopce) působí ve směru pohybu a vyrovnává odporové síly a brzdnu sílu motoru. Ve druhém (do kopce) míří proti směru pohybu, a tedy musí být spolu s odporovými silami vyrovnána tažnou silou motoru. Proto bude tažná síla motoru rovna součtu tečné složky tíhové síly a brzdné síly, která je rovna součtu všech sil odporových

$$\begin{aligned} F_{\text{Tah}} &= F_{\text{Tíha}} + F_{\text{Odpor}}, \\ F_{\text{Brzda}} &= F_{\text{Tíha}} - F_{\text{Odpor}}. \end{aligned}$$

Jestliže platí vzorec $P = \vec{F} \cdot \vec{v}$, můžeme i výsledný výkon tažné síly motoru rozdělit na výkon potřebný k překonání brzdných sil a tečné složky tíhové síly.

Pokud brzdný výkon (získaný pomocí $P = \vec{F} \cdot \vec{v}$) rozdělíme na výkony jednotlivých sil, dostaneme

$$\begin{aligned} P_{\text{Tah}} &= P_{\text{Tíha}} + P_{\text{Odpor}}, \\ P_{\text{Brzda}} &= -P_{\text{Tíha}} + P_{\text{Odpor}}. \end{aligned}$$

Z toho je už vidět, že hledaný rozdíl bude

$$P_{\text{Tah}} - P_{\text{Brzda}} = 2Mgv \sin \alpha.$$

Na situaci se můžeme podívat i tak, že motor koná brzdnu práci kladnou, neboť působí proti vnějším změnám, potom bychom získali

$$|P_{\text{Tah}}| - |P_{\text{Brzda}}| = 2F_{\text{Odpor}}v.$$

Ještě poznamenejme, že v úloze nepředpokládáme aktivní brzdění pomocí nožní brzdy, pak bychom samozřejmě nebyli schopni výkon určit. Užíváme efektu známého pod názvem *motorová brzda*.

Komentáře k došlým řešením

Vzhledem k tomu, že nám trvalo dosti dlouho, než jsme se dohodli jak interpretovat zadání, tak jsme byli velice benevolentní při opravování. Řešení se sešlo překvapivě mnoho, většina z nich se držela některého z postupů ve vzorovém řešení.

Třetí interpretaci, která není ve vzorovém řešení a která je fyzikálně korektní, získáme, když předpokládáme součet odporových sil vyšší než tečnou složku tíhové síly. Motor pak musí vyvinout výkon na udržení konstantní rychlosti (i když to asi není nazýváno brzdný výkonem). Při této interpretaci nemáme problém se „směrem“ výkonu, protože motor v obou případech působí silou ve směru pohybu. V tomto případě je výsledek shodný s řešením výše, pokud uvažujeme záporný brzdný výkon.

Někteří z vás v řešení rozebrali všechny tři možnosti, za což si zaslouží velkou pochvalu (a bod navíc). Mnozí z vás zanedbali odporové síly, čímž si řešení velice zjednodušili, ale takové řešení jsme již nemohli hodnotit plným počtem bodů.

Nejčastější chybou pak bylo uvažování smykového tření jako odporové síly, což u auta nedává příliš smysl, je třeba uvažovat valivý odpor. Velikost statického smykového tření je důležitá pro stanovení okamžiku, kdy pohyb auta přejde do smyku, což se při běžných situacích neděje.

Mikuláš Matoušek
mikulas@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported. Pro zobrazení kopie této licence navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.