

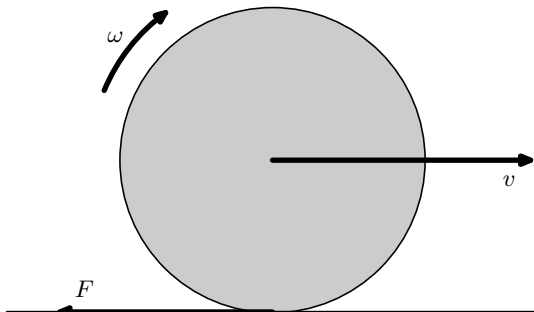
Úloha II.4 . . . kulička

6 bodů; průměr 3,94; řešilo 35 studentů

Představte si pohyb homogenní kuličky, který nejprve začíná pouze posunem (bez jakéhokoliv pohybu valením) a postupně přejde do naopak naprostého valení (bez prokluzování). Za jaký čas toto nastane? Kulička může mít různý poloměr, hmotnost, počáteční rychlost a třecí koeficient.

Lada dělala kotrmelce u zamyslela se u toho.

Kulička o poloměru R a hmotnosti m se na začátku pohybuje s rychlostí nenulovou v_0



Obr. 1: Znázornění směrů rychlostí a sil.

a s úhlovou rychlostí $\omega_0 = 0$. Protože neplatí $v_0 = R\omega_0$, kulička prokluzuje. Velikost třecí síly, působící proti směru rychlosti kuličky, je $F = mgf$, kde f je součinitel smykového tření mezi kuličkou a podložkou. Dokud bude kulička prokluzovat, bude na ni působit konstantní třecí síla F . Pohybové rovnice kuličky tedy jsou

$$\begin{aligned} ma &= -F, \\ J\varepsilon &= FR, \\ F &= mgf, \end{aligned}$$

kde a je zrychlení kuličky, ε úhlové zrychlení kuličky a J moment setrvačnosti kuličky. Pro homogenní kouli platí

$$J = \frac{2}{5}mR^2.$$

Z těchto rovnic si vyjádříme zrychlení jako

$$\begin{aligned} a &= -gf, \\ \varepsilon &= \frac{5gf}{2R}. \end{aligned}$$

Po zintegrování zrychlení podle času (resp. z rovnic rovnoměrně zrychleného pohybu) dostáváme rychlosti ve tvaru

$$\begin{aligned} v &= v_0 - gft, \\ \omega &= \frac{5gf}{2R}t. \end{aligned}$$

Kulička přestane prokluzovat v okamžiku, kdy platí $v = R\omega$. Po dosazení za rychlosti v , ω a můžeme vyjádřit čas, kdy k tomu dojde. Dostáváme

$$t = \frac{2v_0}{7gf}.$$

Vidíme, že doba prokluzování nezávisí ani na hmotnosti, ani na poloměru kuličky, ale pouze na počáteční rychlosti a tření. V okamžiku, kdy kulička přestane prokluzovat, se její rychlost ustálí na hodnotě $v = 5/7 v_0$, pokud zanedbáme valivý odpor a odpor vzduchu.

Jakub Dolejší
krasnykuba@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported. Pro zobrazení kopie této licence navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.