

Úloha I.4 ... klesá ke dnu

7 bodů; (chybí statistiky)

Kapsle válcového tvaru (*Puddle Jumper – Stargate*) s průměrem $d = 4\text{ m}$, délkou $l = 10\text{ m}$ a vodotěsnou přepážkou v polovině délky je ponořena pod hladinu oceánu a rychlostí $v = 20\text{ ft}\cdot\text{min}^{-1}$ klesá ke dnu. V hloubce $h = 1\,200\text{ ft}$ praskne sklo na přední podstavě a příslušná polovina kapsle se zaplní vodou. Jakou rychlostí bude nyní klesat? Za jak dlouho klesne až na dno v hloubce $H = 3\,000\text{ ft}$? Osa válce má před prasknutím skla horizontální směr. Předpokládejte, že stěny kapsle jsou vůči jejím rozměrům tenké. *Dodo sleduje Stargate Atlantis.*

Na kapsulu působí tři různé sily – síla tiažová F_g , síla vztlaková F_v a odporová síla prostredia F_o . Vzorec pre odporovú silu závisí na tom, či sa jedná o laminárne alebo turbulentné prúdenie. Najprv odhadneme Reynoldsovo číslo pred prasknutím kapsle

$$\text{Re} \approx \frac{vd\rho}{\eta} \doteq 4 \cdot 10^5.$$

Vyšla nám veľmi vysoká hodnota, takže môžeme prúdenie považovať za turbulentné. To isté bude platiť aj po prasknutí skla, kapsle sa bude zrejme pohybovať ešte rýchlejšie. V oboch prípadoch použijeme Newtonov vzorec pre odporovú silu. Z rovnováhy síl, ktorá musí platiť pre rovnomerný pohyb, dostávame

$$\frac{1}{2}CS\rho v^2 + V\rho g = mg,$$

kde $C = 0,85$ je odporový koeficient pre náš valec,¹ $S = dl$ je prierez valca v smere pohybu, m je hmotnosť kapsle a g je tiažové zrýchlenie.

Po zatopení čelnej časti sa zmenší objem kapsule na polovicu $V' = V/2$, ale jej hmotnosť zostane zachovaná $m' = m$. Zmení sa teda veľkosť príspevku vztlakovej sily. Taktiež sa pri páde orientuje do novej polohy zatopenou časťou nadol, čo zapríčini zmenu koeficientu odporu na hodnotu približne² $C' = 1,5$ a zmení sa aj účinný prierez valca $S' = \pi d^2/4$. Po zohľadnení týchto skutočností z rovnakej rovnosti ako na začiatku dostaneme novú rýchlosť klesania

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}C'S'\rho v'^2 + \frac{V}{2}\rho g &= mg = \frac{1}{2}CS\rho v^2 + V\rho g, \\ v' &= \sqrt{\frac{CSv^2 + Vg}{C'S'}} = \sqrt{\frac{Cdlv^2 + \frac{\pi d^2}{4}lg}{C'\frac{\pi d^2}{4}}} = \sqrt{\frac{4Clv^2 + \pi dl g}{C'\pi d}} \approx \sqrt{\frac{lg}{C'}}. \end{aligned}$$

¹<https://apps.dtic.mil/dtic/tr/fulltext/u2/a395503.pdf>

²Předpokládáme, že sklo praskne celé čili spodní podstava válce bude otevřená. Nicméně stále se jedná spíše o odhad, konkrétní hodnoty C a C' bychom nejspíš museli změřit.

Prevedme veličiny s imperiálnymi jednotkami do SI $v \doteq 0,10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, $h \doteq 366 \text{ m}$ a $H \doteq 914 \text{ m}$. Po číselnom dosadení dostávame novú rýchlosť kapsule $v' \doteq 8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Vidíme teda, že kapsula bola pôvodne celkom dobre vyvážená (presne ako by sme od ponárajúceho sa plavidla očakávali) a toto vyváženie bolo prudko narušené. Novou rýchlosťou bude kapsuli trvať iba niečo vyše jednej minúty, kým dosadne na dno!

Jozef Lipták

liptak.j@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported. Pro zobrazení kopie této licence navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.